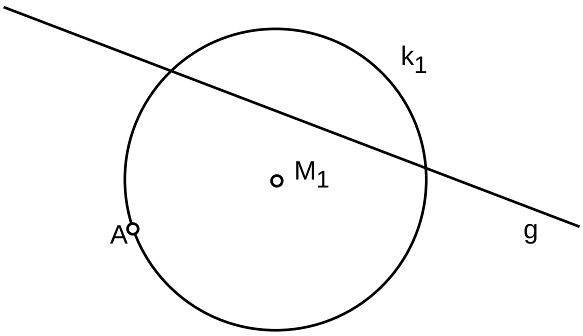
Dauer: **90 Minuten**

Hilfsmittel:
- **Formelblatt "Formelsammlung Algebra für TBM"**
- **Formelblatt "Formelsammlung Geometrie für TBM"**
- **Taschenrechner**

Bemerkungen:
- **Der ganze Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe klar ersichtlich sein.**
- **Es wird auf eine übersichtliche Darstellung Wert gelegt.**

Bewertung: **Jede Aufgabe wird mit maximal 5 Punkten bewertet.**

1. Gegeben sind der Kreis k_1, dessen Mittelpunkt M_1, der Punkt A auf k_1 und die Gerade g.



Gesucht ist ein zweiter Kreis k_2, welcher die folgenden Bedingungen erfüllt:
- k_2 liegt im Innern von k_1.
- k_2 berührt k_1 in A.
- k_2 berührt g.

Sie sollen nun den Kreis k_2 nicht exakt mit Zirkel und Lineal konstruieren, sondern lediglich
i) eine von Hand , d.h. ohne Zirkel und Lineal gezeichnete **Konstruktionsskizze**
ii) einen **Konstruktionsplan**
erstellen.

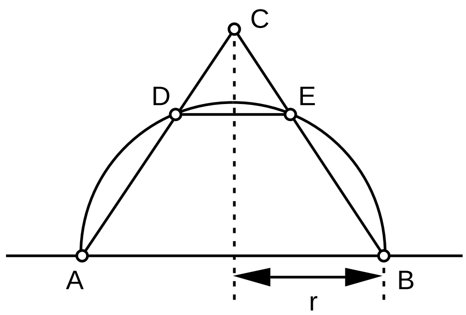
Für den Konstruktionsplan können Sie Kurzformen wie "Thaleskreis über PQ", "m_{PQ}" , "α in P", "Tangente an k in P" etc. verwenden.

5 Punkte ....

2. Gegeben ist die folgende Aufgabenstellung:

"Eine Halbkugel liegt mit der begrenzenden Kreisfläche vom bekannten Radius r auf einem Tisch.
Diese Kreisfläche ist zugleich die Grundfläche eines geraden Kreiskegels ABC.
Die Halbkugel und der Kegel ABC haben den gleichen Volumeninhalt.

Drücken Sie den Volumeninhalt des Kreiskegels DEC durch den Radius r aus."



Stellen Sie ein zur Lösung dieser Aufgabenstellung notwendiges **Gleichungssystem** auf.
Das Gleichungssystem soll lediglich **aufgestellt** aber **nicht gelöst** werden.

5 Punkte ....

Name: ....

3. Betrachten Sie die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ r \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} s \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Wie gross müssen die y-Komponente r des Vektors $\vec{a}$ und die x-Komponente s des Vektors $\vec{b}$ gewählt werden, damit die folgenden beiden Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind:

- $\vec{a}$ und $\vec{b}$ spannen ein Rechteck auf.
- Jeder senkrecht zum Rechteck stehende Vektor hat die Eigenschaft, dass er parallel zur y-z-Ebene liegt.
  Die y-z-Ebene ist die Ebene, welche durch die y- und die z-Achse des kartesischen Koordinatensystems aufgespannt wird.

5 Punkte ....

4. Gegeben ist die folgende goniometrische Gleichung:

$$\sin(2x) = 4\cos(x)\sin(\alpha + x)$$

Sie enthält den bekannten Winkel α als Parameter, wobei α im Intervall [0°,360°] liegt.
Man muss also erwarten, dass die Lösungen der Gleichung vom Wert des Parameters α abhängen.

a) Bestimmen Sie alle Lösungen im Intervall [0°,360°] für $\alpha = 45°$.

b) Beurteilen Sie mit Begründung, ob die Anzahl Lösungen im Intervall [0°,360°] vom Wert des Parameters α abhängt.

Wenn Sie a) richtig gelöst haben, erhalten Sie 3 Punkte.
Für b) gibt es maximal 2 Punkte.

5 Punkte ....