

Aufgaben 10 Exponentialfunktion und -gleichungen Exponentialgleichungen, Logarithmus, Zinseszins

Lernziele

- einfache Logarithmen ohne Taschenrechner bestimmen können.
- einfachere Exponentialgleichungen ohne Taschenrechner lösen können.
- einen Zehnerlogarithmus und einen natürlichen Logarithmus mit einem Taschenrechner berechnen können.
- eine Logarithmuseigenschaft anwenden können, um einfache Exponentialgleichungen lösen zu können.
- ausgewählte Zinseszinsprobleme mit Hilfe von Logarithmen bearbeiten können.

Aufgaben

10.1 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen **ohne** Taschenrechner, d.h. finden Sie die Lösungen durch Probieren.

- | | | | | | |
|----|---|----|--------------------|----|-------------|
| a) | $2^x = 16$ | b) | $4^x = 64$ | c) | $5^x = 1$ |
| d) | $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{27}{8}$ | e) | $10^x = 1'000'000$ | f) | $10^x = 10$ |

10.2 Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen **ohne** Taschenrechner.

- | | | | | | |
|----|-------------------|----|----------------|----|---------------|
| a) | $\log_3(27)$ | b) | $\log_4(16)$ | c) | $\log_2(128)$ |
| d) | $\log_{10}(1000)$ | e) | $\log_{10}(1)$ | | |

10.3 Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen **mit** Ihrem Taschenrechner.

- | | | | | | |
|----|------------|----|----------------|----|----------------|
| a) | $\lg(1.1)$ | b) | $\ln(1.1)$ | c) | $\lg(9)$ |
| d) | $\ln(9)$ | e) | $\lg(2345.67)$ | f) | $\ln(2345.67)$ |

10.4 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen.

- | | | | | | |
|----|-------------|----|-----------------|----|--------------------|
| a) | $10^x = 21$ | b) | $10^x = 256.78$ | c) | $10^x = 1'234'567$ |
|----|-------------|----|-----------------|----|--------------------|

10.5 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen.

- | | | | | | |
|----|-----------------|----|--------------------|----|---------------|
| a) | $3^x = 99$ | b) | $1.01^x = 1.5$ | c) | $3^{x+4} = 5$ |
| d) | $5^{2x-1} = 12$ | e) | $1 - e^{5x} = 0.3$ | | |

10.6 Ein Anfangskapital K_0 wird zu einem jährlichen Zinssatz i mit Zins und Zinseszins angelegt. K_n ist das Kapital nach n Jahren. Bestimmen Sie n .

- | | | | |
|----|---------------------|--------------|--------------------------------|
| a) | $K_0 = 1000$ CHF | $i = 1.00\%$ | $K_n = 1220$ CHF (gerundet) |
| b) | $K_0 = 100'000$ CHF | $i = 2.25\%$ | $K_n = 243'519$ CHF (gerundet) |

10.7 Wie lange müssten 10'000 CHF zu einem jährlichen Zinssatz von 2.5% angelegt werden, um den Wert von 12'000 CHF zu erreichen?

10.8 Wie lange müsste ein beliebiges Anfangskapital zu einem jährlichen Zinssatz von 1.25% angelegt werden, um seinen Wert zu verdoppeln?

10.9 Ein Anfangskapital von 10'000.00 CHF wird zu einem unbekanntem jährlichen Zinssatz investiert. Nach 10 Jahren beträgt das Kapital 11'894.40 CHF. Nach wievielen Jahren (seit Beginn der Investition) wird das Kapital 15'000.00 CHF betragen?

10.10 Der Rückgang der Verkäufe eines Produktes ist gegeben durch

$$V = 50'000 e^{-0.8x} \text{ CHF}$$

V sind die monatlichen Verkäufe, und x ist die Anzahl Monate, die seit dem Ende einer Promotionskampagne vergangen sind.

- Wie gross sind die Verkäufe 4 Monate nach dem Ende der Kampagne?
- Nach wievielen Monaten nach dem Ende der Kampagne werden die Verkäufe unter 1000 CHF fallen, falls keine neue Kampagne gestartet wird?

10.11 Für eine bestimmte Ware lautet die Nachfragefunktion

$$p = 100 e^{-q/2} \text{ CHF}$$

Wieviele Einheiten werden nachgefragt (auf eine ganze Zahl gerundet), falls der Stückpreis 1.83 CHF beträgt?

10.12 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

a) $\log_a(x)$ ist die Antwort auf die Frage ...

- ... "a hoch wieviel ist x?"
- ... "x hoch wieviel ist a?"
- ... "10 hoch wieviel ist x?"
- ... "10 hoch wieviel ist a?"

b) Falls $p = 2^q$, dann ...

- ... $q = \left(\frac{1}{2}\right)^p$
- ... $q = \frac{p}{2}$
- ... $q = \log_2(p)$
- ... $q = \ln(2)$

c) $\ln(e) = \dots$

- ... $\log_e(1)$
- ... $\log_{10}(e)$
- ... 0
- ... 1