

8.4 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen. Geben Sie für jede Gleichung die Lösungsmenge an.

a)	$9(x - 10) - x(x - 15) = x$	b)	$3(x^2 + 2) - x(x + 9) = 11$
c)	$y^3 + 19 = (y + 4)^3$	d)	$\frac{9x - 8}{4x + 7} = \frac{3x}{2x + 5}$
e)	$\frac{x^2}{x - 6} - \frac{6x}{6 - x} = 1$	f)	$\frac{8}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} = 3x - 1$

8.5 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen, ohne die Lösungsformel zu verwenden. Geben Sie für jede Gleichung die Lösungsmenge an.

a)	$(x + 2)(x + 5) = 0$	b)	$(x - 8)(5x - 9) = 0$
c)	$x^2 - 3x = 0$	d)	$x^2 + 7x = 0$
e)	$4x^2 - 9 = 0$	f)	$100x^2 - 1 = 0$
g)	$3x^2 = 27$	h)	$x^2 = x$

8.6 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen. Geben Sie für jede Gleichung die Lösungsmenge an.

a)	$(7 + x)(7 - x) = (3x + 2)^2 - (2x + 3)^2$	b)	$(x - 3)(2x - 7) = 1$
c)	$\frac{x - 4}{x - 5} = \frac{30 - x^2}{x^2 - 5x}$	d)	$\frac{x^2 - x - 2}{2 - x} = 1$
e)	$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} = 0$	f)	$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} = 1$

8.7 Die folgenden quadratischen Gleichungen enthalten einen Parameter p. Die Lösungsmenge der Gleichungen hängt daher vom Wert dieses Parameters ab.

Lösen Sie die Gleichungen nach x.

a)	$x^2 + x + p = 0$	b)	$3x^2 + px - p = 0$
----	-------------------	----	---------------------

8.8 Eine Parabel hat den Scheitelpunkt S und enthält den Punkt P.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der entsprechenden quadratischen Funktion sowohl in der Scheitelpunktsform als auch in der allgemeinen Form.

a)	S(2 4)	P(-1 7)
b)	S(1 -8)	P(2 -7)

8.9 Eine Parabel enthält die drei Punkte P, Q und R.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der entsprechenden quadratischen Funktion in der allgemeinen Form.

a)	P(-4 8)	Q(0 0)	R(10 15)
b)	P(1 -1)	Q(2 4)	R(4 8)

8.10 Bestimmen Sie zu den gegebenen Angebots- und Nachfragefunktionen f_A und f_N einer Ware die Gleichgewichtsmenge und den Gleichgewichtspreis:

a)	Angebot	$p = f_s(q) = \left(\frac{1}{4}q^2 + 10\right)$ CHF
	Nachfrage	$p = f_d(q) = (86 - 6q - 3q^2)$ CHF
b)	Angebot	$p = f_s(q) = (q^2 + 8q + 16)$ CHF
	Nachfrage	$p = f_d(q) = (-3q^2 + 6q + 436)$ CHF

- 8.11 Die Gesamtkosten $K(x)$ bei der Produktion von x Artikeln und der Ertrag $E(x)$ beim Verkauf von x Artikeln sind gegeben durch

$$K(x) = (2000 + 40x + x^2) \text{ CHF}$$
$$E(x) = 130x \text{ CHF}$$

Bestimmen Sie die Stückzahl(en) x für die Gewinnschwelle(n).

- 8.12 Die Gesamtkosten $K(x)$ bei der Produktion von x Artikeln und der Ertrag $E(x)$ beim Verkauf von x Artikeln sind gegeben durch

$$K(x) = (x^2 + 100x + 80) \text{ CHF}$$
$$E(x) = (160x - 2x^2) \text{ CHF}$$

Wieviele Artikel müssen hergestellt und verkauft werden, damit ein Gewinn von 200 CHF erzielt wird?

- 8.13 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

a) Eine quadratische Gleichung ...

- ... hat keine Lösung, wenn sich der Scheitelpunkt des Grafen der entsprechenden quadratischen Funktion unterhalb der x -Achse befindet.
- ... hat immer eine oder zwei Lösungen.
- ... hat genau eine Lösung, falls der Scheitelpunkt des Grafen der entsprechenden quadratischen Funktion auf der x -Achse liegt.
- ... kann unendlich viele Lösungen haben.

b) Der Graf einer quadratischen Funktion ...

- ... ist eindeutig, wenn der Scheitelpunkt und ein weiterer Punkt des Grafen bekannt sind.
- ... ist eine Gerade, falls die entsprechende quadratische Gleichung genau eine Lösung hat.
- ... ist eine quadratische Gleichung.
- ... kann durch Lösen einer quadratischen Gleichung bestimmt werden.

c) Falls die Gesamtkostenfunktion quadratisch und die Gesamtertragsfunktion linear ist, dann ...

- ... gibt es immer genau eine Gewinnschwelle.
- ... entspricht eine Gewinnschwelle der Lösung einer quadratischen Gleichung.
- ... kann kein Gewinn realisiert werden, wenn die lineare Funktion eine positive Steigung hat.
- ... kann der Scheitelpunkt des Grafen der Kostenfunktion nicht unterhalb der x -Achse liegen.

Lösungen

8.1 ...

- | | | | | |
|-----|----|---|----|--|
| 8.2 | a) | $L = \{-6, -4\}$ | b) | $L = \left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$ |
| | c) | $L = \{ \}$ | d) | $L = \{7\}$ |
| 8.3 | a) | $L = \{-11\}$ | b) | $L = \left\{-2, \frac{2}{5}\right\}$ |
| | c) | $L = \{ \}$ | d) | $L = \left\{\frac{4}{3}, \frac{11}{8}\right\}$ |
| | e) | $L = \left\{\frac{3}{2}, 6\right\}$ | f) | $L = \{-3 - \sqrt{2}, -3 + \sqrt{2}\}$ |
| 8.4 | a) | $L = \{5, 18\}$ | b) | $L = \left\{5, -\frac{1}{2}\right\}$ |
| | c) | $L = \left\{-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right\}$ | d) | $L = \left\{2, -\frac{10}{3}\right\}$ |
| | e) | $L = \{-2, -3\}$ | f) | $L = \left\{-\frac{5}{3}, 0\right\}$ |
| 8.5 | a) | $L = \{-5, -2\}$ | b) | $L = \left\{\frac{9}{5}, 8\right\}$ |
| | c) | $L = \{0, 3\}$ | d) | $L = \{-7, 0\}$ |
| | e) | $L = \left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$ | f) | $L = \left\{-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right\}$ |
| | g) | $L = \{-3, 3\}$ | h) | $L = \{0, 1\}$ |
| 8.6 | a) | $L = \{-3, 3\}$ | b) | $L = \left\{\frac{5}{2}, 4\right\}$ |
| | c) | $L = \{-3\}$ | d) | $L = \{-2\}$ |
| | e) | $L = \{ \}$ | f) | $L = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ |

- | | | | | |
|-----|----|---------------------------|--------------|--|
| 8.7 | a) | falls $p < \frac{1}{4}$: | 2 Lösungen | $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4p}}{2}$ |
| | | falls $p = \frac{1}{4}$: | 1 Lösung | $x = -\frac{1}{2}$ |
| | | falls $p > \frac{1}{4}$: | keine Lösung | $L = \{ \}$ |

Hinweise:

- Verwenden Sie die Lösungsformel.

- Die Anzahl Lösungen (2 Lösungen, 1 Lösung, keine Lösung) der quadratischen Gleichung hängt davon ab, ob der Term unter der Wurzel positiv, negativ oder gleich null ist.

- | | | | |
|----|-----------------------|--------------|---|
| b) | falls $p < -12$: | 2 Lösungen | $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 + 12p}}{6}$ |
| | falls $p = -12$: | 1 Lösung | $x = 2$ |
| | falls $-12 < p < 0$: | keine Lösung | $L = \{ \}$ |
| | falls $p = 0$: | 1 Lösung | $x = 0$ |
| | falls $p > 0$: | 2 Lösungen | $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 + 12p}}{6}$ |

8.8 a) $y = f(x) = \frac{1}{3}(x - 2)^2 + 4 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$

Hinweise:

- Gehen Sie von der Scheitelpunktsform der Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion aus.
- Diese Gleichung enthält drei unbekannte Parameter.
- Zwei Parameter in der Gleichung sind die Koordinaten des Scheitelpunktes S.
- P ist ein Punkt des Grafen der quadratischen Funktion. Daher müssen die Koordinaten von P die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion erfüllen. Dies führt auf eine Gleichung, die den verbleibenden unbekannt Parameter enthält.

b) $y = f(x) = (x - 1)^2 - 8 = x^2 - 2x - 7$

8.9 a) $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$

Hinweise:

- Gehen Sie von der allgemeinen Form der Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion aus.
- Diese Gleichung enthält drei unbekannte Parameter.
- P, Q und R sind Punkte des Grafen der quadratischen Funktion. Daher müssen die Koordinaten von P, Q und R die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion erfüllen. Dies führt auf ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen und den drei unbekannt Parameter.

b) $y = f(x) = -x^2 + 8x - 8$

8.10 a) im Marktgleichgewicht: $q = 4, p = 14$

Hinweis:

- Die Angebots- und die Nachfragefunktion haben im Marktgleichgewicht den gleichen Funktionswert.

b) im Marktgleichgewicht: $q = 10, p = 196$

8.11 $x_1 = 40, x_2 = 50$

Hinweis:

- Die Kosten- und die Ertragsfunktion haben bei der Gewinnschwelle den gleichen Funktionswert.

8.12 Gewinn $G(x) = E(x) - K(x) = (-3x^2 + 60x - 80) \text{ CHF} = 200 \text{ CHF}$

$\Rightarrow L = \{7.41\dots, 12.58\dots\}$

Rundung auf ganze Anzahl Artikel

$G(7) = 193 \text{ CHF}$

$G(8) = 208 \text{ CHF}$

$G(12) = 208 \text{ CHF}$

$G(13) = 193 \text{ CHF}$

Ob auf- oder abgerundet werden soll, hängt davon ab, ob der Gewinn möglichst nahe bei 200 CHF oder mindestens gleich 200 CHF sein soll.

8.13 a) 3. Aussage

b) 1. Aussage

c) 2. Aussage