Aufgaben 6 Wellen
Welle, Periodische Welle, Sinuswelle

Lernziele

- verschiedene Typen von Wellen kennen.
- wissen und verstehen, wie eine Welle entsteht.
- wissen und verstehen, was der Träger einer Welle ist.
- die Bewegungen von Welle und Wellenträger unterscheiden können.
- wissen und verstehen, was eine Quer-/Transversalwelle und eine Längs-/Longitudinalwelle ist.
- wissen, wovon die Geschwindigkeit einer Welle abhängt.
- wissen und verstehen, dass der Wellenträger ein-, zwei oder dreidimensional sein kann.
- wissen und verstehen, was eine Wellenfront ist.
- wissen und verstehen, was eine lineare Welle, gerade Welle, Kreiswelle, ebene Welle und Kugelwelle ist.
- die Zusammenhänge zwischen Periodendauer, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge, Wellenzahl und Ausbreitungsgeschwindigkeit kennen und anwenden können.
- wissen und verstehen, was eine Sinuswelle und eine harmonische Welle ist.
- die mathematische Beschreibung einer eindimensionalen Sinuswelle kennen, verstehen und anwenden können.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

Aufgaben

6.1 Es sind T die Periodendauer, f die Frequenz, ω die Kreisfrequenz, λ die Wellenlänge, k die Wellenzahl und v die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer periodischen Welle. Bestimmen Sie jeweils die fehlenden Grössen:

	T	f	ω	λ	k	v
a)	$2.00\,\mathrm{s}$			$5.00\,\mathrm{m}$		
b)		$10.0\,\mathrm{Hz}$			$0.250\,\mathrm{m}^{-1}$	
c)			$10.0\,\mathrm{s}^{-1}$			$20.0\,\mathrm{ms}^{-1}$
d)		$440\,\mathrm{Hz}$		$77.3\,\mathrm{cm}$		
e)				$6'000\,\mathrm{km}$		$3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{ms}^{-1}$
f)		$2.4\,\mathrm{GHz}$				$3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{ms}^{-1}$

Hinweise:
- Die Kreisfrequenz ω ist wie folgt definiert: $\omega := 2\pi f$
- Die Wellenzahl k ist wie folgt definiert: $k := \frac{2\pi}{\lambda}$

6.2 Eine Sinuswelle läuft entlang eines Seils. Für einen bestimmten Punkt des Seils dauert es 0.170 s, bis er von seiner maximalen Auslenkung zu seiner Mittellage zurückgekehrt ist.

Bestimmen Sie die Periodendauer und die Frequenz der Welle.

6.3 Eine in x-Richtung fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \quad \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,t) & \mapsto & y = y(x,t) \end{array}$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Auslenkung) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Auslenkung y des Wellenträgers an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

Erfolgt die Anregung der Welle sinusförmig bzw. harmonisch, ergibt sich eine Sinuswelle bzw. harmonische Welle mit der folgenden Funktionsgleichung (vgl. Unterricht):

$y(x,t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t)$ wobei:

$\hat{y}$	Amplitude
$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	Kreisfrequenz
$k := \frac{2\pi}{\lambda}$	Wellenzahl

Gegeben sind die Amplitude $\hat{y}$, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v:

$\hat{y} = 3.0$ cm $f = 2.5$ Hz $v = 50$ cm/s

a) Bestimmen Sie die Periode T und die Wellenlänge λ.

b) Bestimmen Sie die Auslenkung y am Ort x = 42 cm zum Zeitpunkt t = 1.8 s.

c) Bestimmen Sie alle Orte x, an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.

i) t = 0.0 s

ii) t = 1.0 s

6.4 Führen Sie in Moodle den Test 6.1 durch.

Lehrbuch KPK 3 (Karlsruher Physikkurs, Band 3)

4 Wellen

Einleitung zum Kapitel "4. Wellen" (Seite 34)
4.1 Der Träger der Wellen (Seiten 34 und 35)
4.2 Die Geschwindigkeit von Wellen (Seiten 35 und 36)
4.3 Ein-, zwei- und dreidimensionale Wellenträger (Seite 36)
4.4 Sinuswellen (Seiten 37 und 38, nur bis zum zweitletzten Absatz in der ersten Spalte auf der Seite 37, d.h. bis „…abhängt: vom Ort x und von der Zeit t.“, und dann wieder ab dem zweitletzten Absatz in der ersten Spalte auf der Seite 38, d.h. ab „Gleichung 4.1 beschreibt zunächst …“)
4.5 Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Frequenz und Wellenlänge (Seite 39)

Lösungen

6.1 Benötigte Zusammenhänge:

$f = \frac{1}{T}$, $\omega = 2\pi f$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $v = \lambda f$

a) $f = 0.500$ Hz, $\omega = 3.14\ s^{-1}$, $k = 1.26\ m^{-1}$, $v = 2.50$ m/s

b) $T = 0.100$ s, $\omega = 62.8\ s^{-1}$, $\lambda = 25.1$ m, $v = 251$ m/s

c) $T = 0.628$ s, $f = 1.59$ Hz, $\lambda = 12.6$ m, $k = 0.500\ m^{-1}$

d) $T = 2.27 \cdot 10^{-3}$ s, $\omega = 2.76 \cdot 10^{3}\ s^{-1}$, $k = 8.13\ m^{-1}$, $v = 340$ m/s

e) $T = 2.00 \cdot 10^{-2}$ s, $f = 50.0$ Hz, $\omega = 314\ s^{-1}$, $k = 1.05 \cdot 10^{-6}\ m^{-1}$

f) $T = 4.17 \cdot 10^{-10}$ s, $\omega = 1.51 \cdot 10^{10}\ s^{-1}$, $\lambda = 0.125$ m, $k = 50.3\ m^{-1}$

6.2 $T = 4 \cdot 0.170$ s $= 0.680$ s, $f = 1.47$ Hz

6.3 a) $T = 0.40$ s $\lambda = 0.20$ m

b) $y(0.42\ m, 1.8\ s) = -\ 0.018\ m = -\ 1.8\ cm$

c) $kx - \omega t = \frac{\pi}{2} + m \cdot 2\pi$ $(m \in \mathbb{Z})$

i) $x = \frac{1}{4}\lambda + m \cdot \lambda$ $(m \in \mathbb{Z})$ = ... , - 0.15 m , 0.05 m , 0.25 m , ...

Hinweise:
- Bei einem Wellenberg nimmt die Sinus-Funktion ihren maximalen Wert an.
- Überlegen Sie sich, bei welchen Argumenten die Sinus-Funktion ihren maximalen Wert annimmt.

ii) Da die Frequenz 2.5 Hz bzw. die Periode 0.40 s beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 2.5 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 2.5 Wellenlängen verschoben.
$x = \left(\frac{1}{4} + 2.5\right)\lambda + m \cdot \lambda$ $(m \in \mathbb{Z})$ = ... , - 0.05 m , 0.15 m , 0.35 m , ...

6.4 -