Aufgaben 4 Schwingungen
Schwingung, Federschwinger, Pendel, Harmonische Schwingung

Lernziele

- verstehen, was eine Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Periodendauer und die Frequenz einer Schwingung sind.
- wissen, dass bei einer mechanischen Schwingung Impuls und Energie zwischen Teilsystemen hin und her fliessen.
- die bei einer mechanischen Schwingung auftretenden Impuls- und Energieflüsse verstehen.
- wissen, was eine harmonische Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Amplitude, die Anfangsphase und die Kreisfrequenz einer harmonischen Schwingung sind.
- die Zusammenhänge zwischen Winkelgeschwindigkeit, Frequenz und Kreisfrequenz kennen und verstehen.
- die zeitlichen Verläufe von Ort, Geschwindigkeit, Impuls und Energie eines harmonischen Federschwingers kennen und deren Zusammenhänge verstehen.
- die an einem Körper angreifenden Kräfte korrekt einzeichnen können.
- beurteilen können, ob eine Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.
- wissen und verstehen, dass die Schwingung eines Federschwingers harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer eines Federschwingers beeinflussen.
- wissen, dass die Schwingung eines Pendels nicht harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer eines Pendels beeinflussen.
- mit der Modellierungssoftware Berkeley Madonna ein einfaches systemdynamisches Modell erstellen und damit einfache Simulationen und Parameterstudien ausführen können.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

Aufgaben

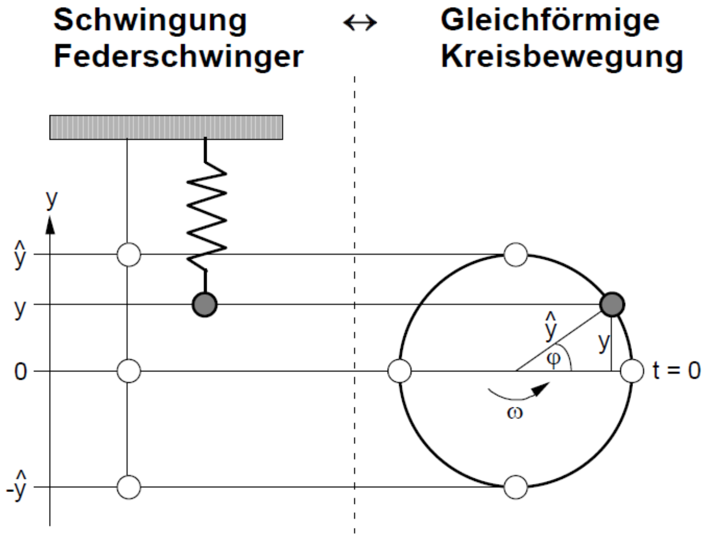
4.1 **Vorgängiges Selbststudium**

a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 1.1 Vorläufige Beschreibung (Seite 4)
- 1.2 Impuls und Energie (Seite 5)
- 1.3 Die Erde als Partner (Seite 6)
- 1.4 Harmonische Schwingungen (Seite 7, nur bis Formel 1.5, ohne Aufgaben)
- 1.5 Wovon die Periodendauer abhängt (Seite 8, ohne Aufgaben 2 bis 4)
- 1.6 Das Pendel (Seite 9, ohne Teile „Die Impulsbilanz beim Pendel“ und „Die Energiebilanz beim Pendel“, ohne Aufgaben 3 bis 5)

Hinweise:
- Im Abschnitt 1.2 wird die Formel $E = \frac{D}{2}s^2$ für die in einer Feder gespeicherte Energie angegeben. Im Unterricht wird diese Formel und die in ihr enthaltene Federkonstante D erklärt. Merken Sie sich vorerst: Je härter die Feder ist, desto grösser ist ihre Federkonstante D.
- Im Abschnitt 1.3 wird die Formel $E = \frac{p^2}{2m}$ für die in einem Schwingkörper gespeicherte kinetische Energie angegeben. Diese Formel folgt aus den beiden Beziehungen $p = mv$ und W_{kin}(bzw. E) $= \frac{1}{2}mv^2$ durch Elimination der Geschwindigkeit v.
- In den Lösungen zu den Aufgaben stimmt die Nummerierung ab dem Abschnitt 1.6 nicht: Die Lösungen zum Abschnitt 1.6 sind unter 1.7 aufgeführt.

b) Führen Sie in Moodle den Test 4.1 durch.

4.2 Im Unterricht wurde der Zusammenhang zwischen der Schwingung eines Federschwingers und einer gleichförmigen Kreisbewegung aufgezeigt:



Lösen Sie mit Hilfe der obigen Grafik die folgenden Teilaufgaben:

a) Drücken Sie den Ort y durch die Amplitude ŷ und den Winkel φ aus.

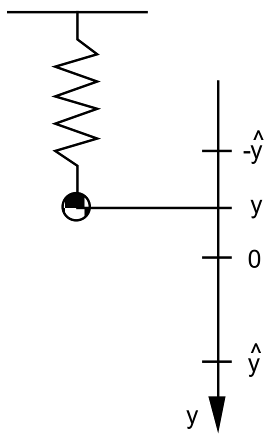
b) Geben Sie den seit Beginn (t = 0 s) überstrichenen Winkel φ in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t an.

c) Drücken Sie mit Hilfe der Resultate aus a) und b) den Ort y in Abhängigkeit der Amplitude ŷ, der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t aus.

d) Betrachten Sie den Ort y als Funktion der Zeit t, d.h. y = y(t).
Skizzieren Sie den Grafen der Funktion y = y(t) in einem y-t-Diagramm. Beschriften Sie dabei die Koordinatenachsen so, dass man aus dem Diagramm die unter c) formulierte Beziehung herauslesen kann.

e) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Frequenz f an.

4.3 Betrachten Sie den folgenden vertikalen Federschwinger:



Die Position y = 0 entspricht der Ruhelage des Pendels.

a) Betrachten Sie den Federschwinger in der **Ruhelage**, d.h. für y = 0.

i) Erstellen Sie eine Skizze des Federschwingers.

ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.

iii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.

b) Betrachten Sie den Federschwinger für eine **beliebige Auslenkung** $y \neq 0$.

i) Erstellen Sie eine Skizze des Federschwingers.

ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.

iii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.

c) Zeigen Sie, dass die Schwingung des Federschwingers harmonisch ist.
Zeigen Sie also, dass die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte proportional zur Auslenkung y ist.

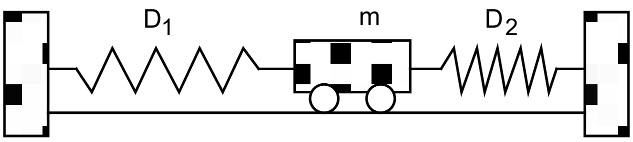
Hinweise:
- In der Ruhelage ist die Feder wegen des Gewichts des Schwingkörpers etwas gespannt.
- Vernachlässigen Sie die Masse der Feder.
- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Aufhängung, Luftwiderstand).

4.4 Die Schwingung des Federschwingers in der Aufgabe 4.3 soll systemdynamisch modelliert und simuliert werden.

a) Erstellen Sie mit Berkeley Madonna ein systemdynamisches Modell. Dabei sollen die folgenden Grössen durch je einen Behälter modelliert werden:
- Impuls p des Schwingkörpers
- Ort y des Schwingkörpers
- Kinetische Energie W_{kin} des Schwingkörpers
- Potentielle Energie W_G des Schwingkörpers
- Federenergie W_F

b) Simulieren Sie die Schwingung, und stellen Sie die folgenden Grössen je in einem gemeinsamen Diagramm dar:
- Impuls p, Geschwindigkeit v
- Ort y, Ort y_0 (Konstante) bei entspannter Feder, Geschwindigkeit v
- Kinetische Energie W_{kin}, Potentielle Energie W_G, Federenergie W_F

4.5 Ein Wagen mit der Masse m ist über zwei masselose Federn mit den Federkonstanten D_1 und D_2 mit zwei Wänden verbunden:



Die Distanz der beiden Wände sowie die Längen der Federn sind gerade so gewählt, dass die beiden Federn entspannt sind, wenn sich der Wagen in der Ruhelage befindet.

Wird der Wagen aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen, führt er eine Schwingung aus.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob diese Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.

Hinweise:
- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Rollreibung, Luftwiderstand, ...).
- Es müssen nur Kräfte betrachtet werden, welche die horizontale Bewegung des Wagens beeinflussen.

Lösungen

4.1 -

4.2 a) $y = \hat{y}\sin(\varphi)$

b) $\varphi = \omega t$

c) $y = \hat{y}\sin(\omega t)$

d) …

e) $\omega = 2\pi f$

4.3 a) - Die Gewichtskraft F_G zeigt nach unten, d.h. $F_G > 0$.
- Die Federkraft F_F zeigt nach oben, d.h. $F_F < 0$.
- Die Resultierende F_{res} aus Gewichts- und Federkraft ist gleich null, d.h. $F_{res} = F_G + F_F = 0$.

b) - Die Gewichtskraft F_G zeigt nach unten, d.h. $F_G > 0$.
- Die Federkraft F_F zeigt nach oben, d.h. $F_F < 0$, falls die Feder gestreckt ist.
- Die Federkraft F_F zeigt nach unten, d.h. $F_F > 0$, falls die Feder gestaucht ist.
- Die Resultierende F_{res} aus Gewichts- und Federkraft zeigt nach oben, falls sich der Schwingkörper unterhalb der Gleichgewichtslage $y = 0$ befindet, d.h. $F_{res} = F_G + F_F < 0$, falls $y > 0$.
- Die Resultierende F_{res} aus Gewichts- und Federkraft zeigt nach unten, falls sich der Schwingkörper oberhalb der Gleichgewichtslage $y = 0$ befindet, d.h. $F_{res} = F_G + F_F > 0$, falls $y < 0$.

c) …

4.4 Berkeley-Madonna-Modell Vertikaler Federschwinger (frei, ungedämpft)

Annahmen:
- Die positive y-Achse zeigt nach unten.
- Der Schwingkörper wird am Ort $y = 0.1$ m aus der Ruhe losgelassen.

Anfangswerte (folgen aus den Annahmen):
$p = 0$ Hy, $W_{kin} = 0$ J, $y = 0.1$ m

Parameterwerte:
$m = 2$ kg, $D = 300$ N/m

4.5 …