

Übung 4 Funktionen Allgemeine Beispiele

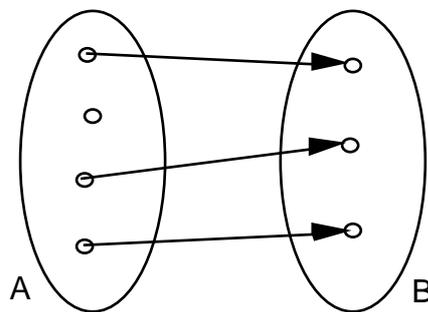
Lernziele

- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Funktion ist oder nicht.
- den Bildbereich einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- Funktionswerte vorgegebener Funktionen bestimmen können.

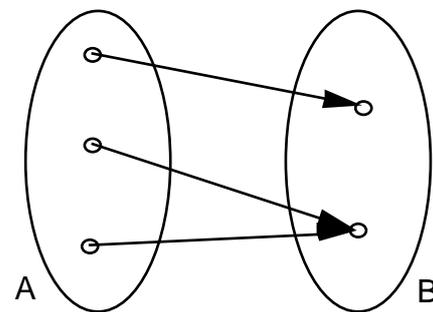
Aufgaben

1. Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion $A \rightarrow B$ ist:

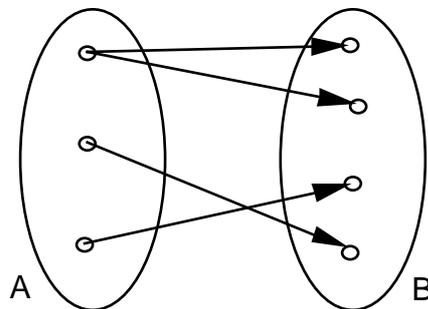
a)



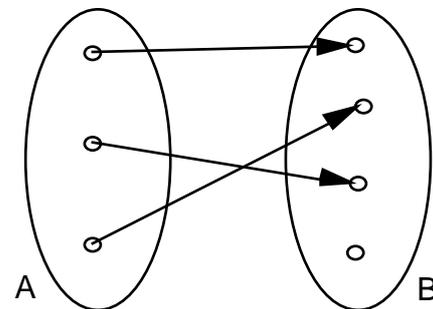
b)



c)



d)



e) $A =$ Menge aller Häuser, $B =$ Menge aller ArchitektInnen
 $f: A \rightarrow B, h \mapsto a = f(h) =$ ArchitektIn von h

f) $A =$ Menge aller Vereine in der Schweiz, $B =$ Menge aller SchweizerInnen
 $p: A \rightarrow B, x \mapsto y = p(x) =$ PräsidentIn von x

g) $A = \{1972, 1973, \dots, 1981, 1982\}$
 $B =$ Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen
 $f: A \rightarrow B, j \mapsto m = f(j) =$ Mensch mit Jahrgang j

h) $A =$ Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen
 $B = \{1972, 1973, \dots, 1981, 1982\}$
 $j: A \rightarrow B, m \mapsto j = j(m) =$ Jahrgang von Mensch m

i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$

j) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$ Zahl, welche quadriert gleich x ergibt

k) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto y = f(x) =$ Teiler von x

2. Gegeben sind die Mengen A und B.
Machen Sie einen Vorschlag für eine Funktion $A \rightarrow B$.

- a) $A =$ Menge aller Tage des Jahres 2001
 $B = \mathbb{R}$
- b) $A =$ Menge aller Schweizer Firmen
 $B =$ Menge aller Schweizer Kantone
- c) $A =$ Menge aller Vierecke
 $B =$ Menge aller Dreiecke
- d) $A = \{-3, 1, 4, 7, 11, 14\}$
 $B = \{-6, 2, 8, 14, 22, 28\}$
- e) $A = \mathbb{R}^-$
 $B = \mathbb{R}^+$

3. Bestimmen Sie die Bildmenge W der folgenden Funktionen:

- a) $A = \{\text{Januar, Februar, März, ..., Dezember}\}$
 $B = \{A, B, C, \dots, Z\}$
 $f: A \rightarrow B, m \mapsto b = f(m) =$ Anfangsbuchstabe des Monats m
- b) $A =$ Menge aller Nachbarländer der Schweiz
 $B =$ Menge aller europäischen Städte
 $h: A \rightarrow B, n \mapsto s = h(n) =$ Hauptstadt des Nachbarlandes n
- c) $A =$ Menge aller 3-komponentigen Vektoren
 $B = \mathbb{R}_0^+$
 $b: A \rightarrow B, a \mapsto a = b(a) =$ Betrag des Vektors a
- d) Funktion f aus Aufgabe 1 i)

4. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$

- a) $f(x) = x^{3-x}$
- b) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

Bestimmen Sie jeweils die folgenden Funktionswerte:

- i) $f(0)$
- ii) $f(1)$
- iii) $f(-1)$
- iv) $f(a)$
- v) $f(x+a)$
- vi) * $f(3-f(-3))$

Lösungen

1.
 - a) keine Funktion (Zuordnung nicht definiert für alle $a \in A$)
 - b) Funktion
 - c) keine Funktion (Zuordnung nicht eindeutig)
 - d) Funktion
 - e) keine Funktion (f nicht oder nicht eindeutig definiert für alle $h \in A$)
 - f) keine Funktion (p nicht definiert für alle $x \in A$)
 - g) keine Funktion (f nicht eindeutig)
 - h) Funktion
 - i) Funktion
 - j) keine Funktion (f nicht eindeutig)
 - k) keine Funktion (f nicht eindeutig)

2.
 - a) $m: A \rightarrow B, d \in T = m(d) = \text{Maximaltemperatur in Chur am Tage } d$
 - b) $s: A \rightarrow B, f \in k = s(f) = \text{Kanton, an welchen } f \text{ die meisten Steuern zahlen muss}$
 - c) $f: A \rightarrow B, v \in d = f(v) = \text{gleichseitiges Dreieck mit gleichem Flächeninhalt wie } v$
 - d) $f: A \rightarrow B, x \in y = f(x) = 2x$
 - e) $f: A \rightarrow B, x \in y = f(x) = -x$

3.
 - a) $W = \{A, D, F, J, M, N, O, S\}$
 - b) $W = \{\text{Berlin, Wien, Vaduz, Rom, Paris}\}$
 - c) $W = B$
 - d) $W = \mathbb{R}_0^+$

4.
 - a)
 - i) $f(0) = 0^3 - 0 = 0$
 - ii) $f(1) = 1^3 - 1 = 0$
 - iii) $f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$
 - iv) $f(a) = a^3 - a$
 - v) $f(x+a) = (x+a)^3 - (x+a)$
 - vi) * $f(3-f(-3)) = f(3 - ((-3)^3 - (-3))) = f(3 - (-24)) = f(27) = 27^3 - 27 = 19'656$

 - b)
 - i) $f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$
 - ii) $f(1) = \frac{1^2}{1+1} = \frac{1}{2}$
 - iii) $f(-1) = \frac{(-1)^2}{-1+1}$ nicht definiert
 - iv) $f(a) = \frac{a^2}{a+1}$
 - v) $f(x+a) = \frac{(x+a)^2}{x+a+1}$
 - vi) * $f(3-f(-3)) = f\left(3 - \frac{(-3)^2}{-3+1}\right) = f\left(3 - \left(-\frac{9}{2}\right)\right) = f\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{\frac{15}{2} + 1} = \frac{225}{34}$