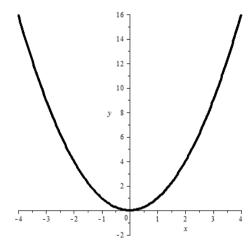
Quadratische Funktion

Definition

$$\begin{array}{l} f \colon D \to \mathbb{R} & (D \subseteq \mathbb{R}) \\ x \mapsto y = f(x) = ax^2 + bx + c & (a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}) \\ & \text{Allgemeine Form} \\ y = f(x) = a(x - u)^2 + v & (a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, u \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R}) \\ & \text{Scheitelpunktsform} \end{array}$$

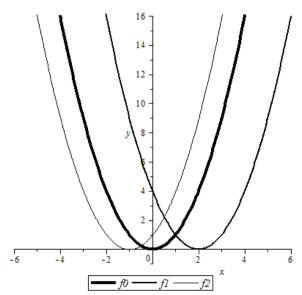
Graf

1. $y = f(x) = x^2$ (a = 1, u = 0, v = 0)



2. Parameter **u** (**u wird verändert**, a und v werden konstant gehalten)

$$\begin{array}{ll} y = f_0(x) = x^2 & (a = 1, \, \textbf{u} = \textbf{0}, \, v = 0) \\ y = f_1(x) = (x - 2)^2 & (a = 1, \, \textbf{u} = \textbf{2}, \, v = 0) \\ y = f_2(x) = (x + 1)^2 & (a = 1, \, \textbf{u} = \textbf{-1}, \, v = 0) \end{array}$$



- 3. Parameter v
- (v wird verändert, a und u werden konstant gehalten)

$$y = f_0(x) = x^2$$

$$(a = 1, u = 0, v = 0)$$

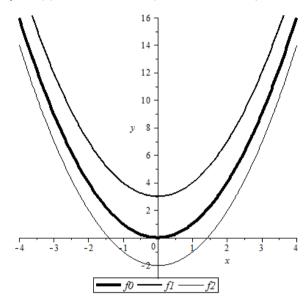
$$y = f_1(x) = x^2 + 3$$

 $y = f_2(x) = x^2 - 2$

$$(a = 1, u = 0, v = 3)$$

$$y = f_2(x) = x^2 - 2$$

$$(a = 1, u = 0, v = -2)$$



- 4. Parameter a
- (a wird verändert, u und v werden konstant gehalten)

$$y = f_0(x) = x^2$$

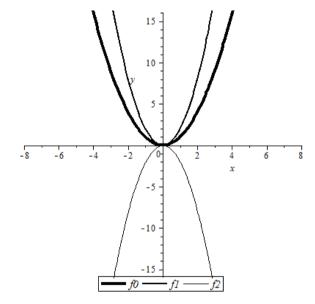
$$(a = 1, u = 0, v = 0)$$

$$y = f_1(x) = 2x^2$$

$$(a = 2, u = 0, v = 0)$$

$$y = f_2(x) = -2x^2$$

$$(a = -2, u = 0, v = 0)$$



- 5. Parameter a
- (a wird verändert, u und v werden konstant gehalten)

$$y = f_0(x) = x^2$$

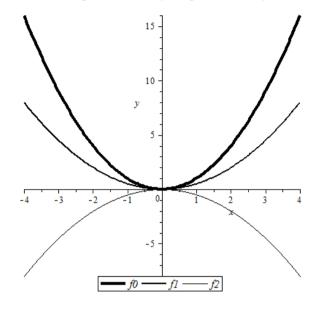
 $y = f_1(x) = \frac{1}{2}x^2$

$$(a = 1, u = 0, v = 0)$$

$$y = f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

$$\left(\mathbf{a} = \frac{1}{2}, u = 0, v = 0\right)$$

 $\left(\mathbf{a} = -\frac{1}{2}, u = 0, v = 0\right)$



6. Der Graf einer quadratischen Funktion ist eine Parabel.

Der Parameter a bestimmt die Form der Parabel und ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist.

Die Parameter u und v bestimmen die Lage der Parabel. Sie sind die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel: S(u|v)

$$y = f_0(x) = x^2$$

$$(a = 1, u = 0)$$

$$y = f_1(x) = 2(x - 2)^2 - 4$$

$$(a = 2, y = 2, y = -4)$$

$$S(2|-4)$$

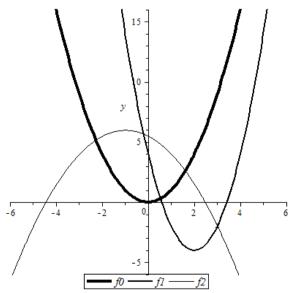
$$y = f_2(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + c$$

$$\int_{0}^{1} a = \frac{1}{2} \quad u = 1 \quad v = 6$$

$$\begin{array}{ll} y = f_0(x) = x^2 & (a = 1, u = 0, v = 0) \\ y = f_1(x) = 2(x - 2)^2 - 4 & (a = 2, u = 2, v = -4) \\ y = f_2(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 6 & \left(a = -\frac{1}{2}, u = -1, v = 6\right) \end{array}$$

$$\left(a = -\frac{1}{2}, u = -1, v = 6\right)$$

$$S(-1|6)$$

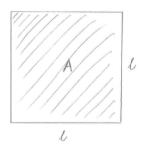


Beispiele

1. Natur/Physik: Bahnkurve von Wasser in einem Brunnen



2. Geometrie: Quadrat



Flächeninhalt A bei Seitenlänge l: $A = l^2$

f:
$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$$

 $l \mapsto A = f(l) = l^2$ quadratische Funktion

3. Physik: Freier Fall



Distanz d nach der Zeit t: $d = \frac{1}{2}gt^2$ (g = Gravitationsfeldstärke)

f:
$$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

 $t \mapsto d = f(t) = \frac{1}{2}gt^2$ quadratische Funktion

4. Wirtschaft: Angebot, Nachfrage