

Exponentialfunktion

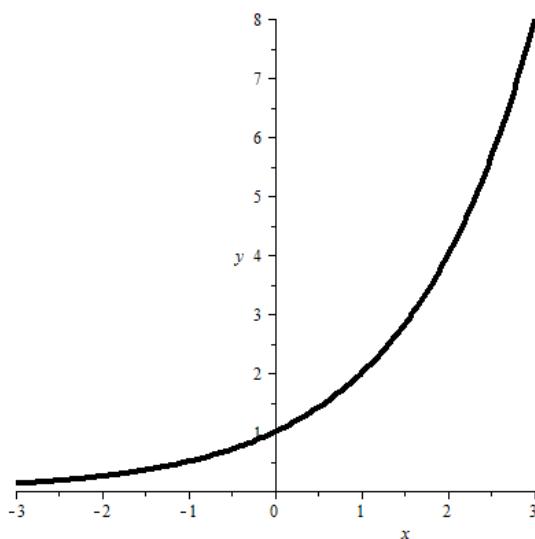
Definition

$f: D \rightarrow \mathbb{R}$ $(D \subseteq \mathbb{R})$
 $x \mapsto y = f(x) = c \cdot a^x$ $(a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$

a > 1: exponentielles **Wachstum**
a < 1: exponentieller **Zerfall**

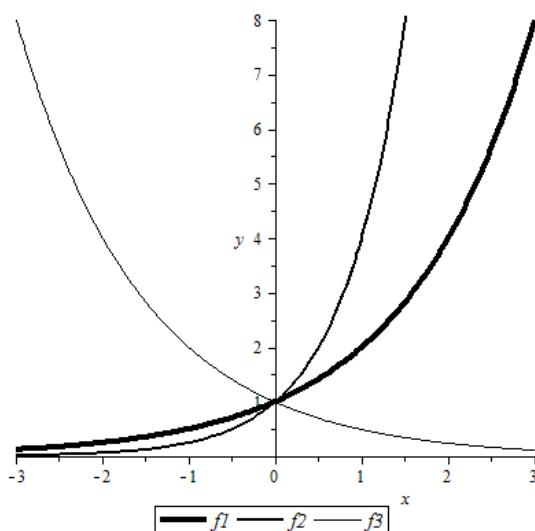
Graf

1. $y = f(x) = 2^x$ $(c = 1, a = 2)$



2. Parameter **a** (a wird verändert, c wird konstant gehalten)

$$\begin{aligned} y &= f_1(x) = 2^x && (c = 1, a = 2) \\ y &= f_2(x) = 4^x && (c = 1, a = 4) \\ y &= f_3(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x && \left(c = 1, a = \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$



3. Parameter c (c wird verändert, a wird konstant gehalten)

$$y = f_1(x) = 2^x$$

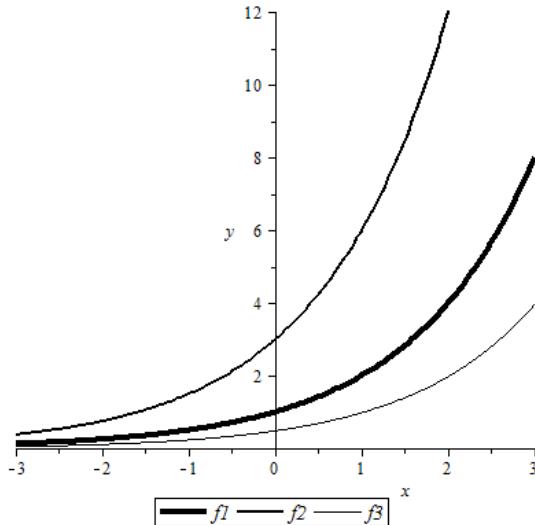
$$(c = 1, a = 2)$$

$$y = f_2(x) = 3 \cdot 2^x$$

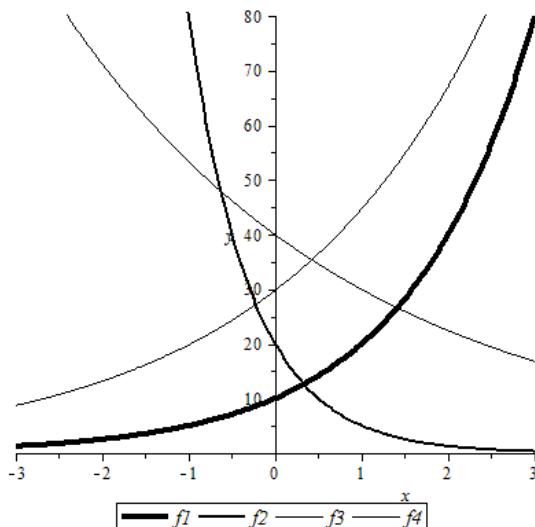
$$(c = 3, a = 2)$$

$$y = f_3(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$$

$$\left(c = \frac{1}{2}, a = 2 \right)$$



- 4.
- | | |
|--------------------------------|--------------------|
| $y = f_1(x) = 10 \cdot 2^x$ | (c = 10, a = 2) |
| $y = f_2(x) = 20 \cdot 0.25^x$ | (c = 20, a = 0.25) |
| $y = f_3(x) = 40 \cdot 0.75^x$ | (c = 40, a = 0.75) |
| $y = f_4(x) = 30 \cdot 1.5^x$ | (c = 30, a = 1.5) |



Beispiele

1. Zinseszins (exponentielles **Wachstum**)

$K_n = K_0 \cdot q^n$ K_0 = Anfangskapital
 K_n = Kapital nach n Zinsperioden
 n = Anzahl Zinsperioden (häufig: 1 Zinsperiode = 1 Jahr)
 q = Zins-/Wachstumsfaktor = $1 + i$ ($i > 0, q > 1$)
 i = Zinssatz (bezüglich entsprechender Zinsperiode)

Bsp.: $K_0 := 1000 \text{ CHF}$, $i := 2\% = 0.02 \Rightarrow q = 1.02 \Rightarrow K_n = 1000 \cdot 1.02^n \text{ CHF}$

2. Abschreibung (exponentieller **Zerfall**)

$P(t) = P_0 \cdot q^t$ P_0 = Anfangspreis / anfängliche Kaufkraft
 $P(t)$ = Preis / Kaufkraft zum Zeitpunkt t (häufig: t = Anzahl Jahre)
 q = Zerfallsfaktor = $1 + i$ ($i < 0, q < 1$)

Bsp.: $P_0 := 100 \text{ CHF}$, $i := -3\% = -0.03 \Rightarrow q = 0.97 \Rightarrow P(t) = 100 \cdot 0.97^t \text{ CHF}$