

# Formelsammlung

## 1. Algebra

### Binomische Formeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

### Potenzen und Wurzeln

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} = a^{m \cdot n} = (a^m)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

## 2. Logarithmen

$$a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a(y)$$

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$$

$$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$$

$$\log_a(u^v) = v \cdot \log_a(u)$$

## 3. Funktionen und Gleichungen

### Lineare Funktion

$$y = f(x) = ax + b$$

$$\text{Steigung } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

### Quadratische Funktion (Graf = Parabel)

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Allgemeine Form

$$y = f(x) = a(x - u)^2 + v$$

Scheitelpunktsform, Scheitelpunkt S(u|v)

### Quadratische Gleichung

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Allgemeine Form

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Lösungsformel

### Exponentialfunktion

$$y = f(x) = c \cdot a^x$$

a = Wachstumsfaktor

## 4. Finanzmathematik

|                     |  |
|---------------------|--|
| i                   | Zinssatz (bezüglich entsprechender Zinsperiode)        |
| n                   | Anzahl Zinsperioden                                    |
| q                   | Zins-/Wachstumsfaktor, $q = 1 + i$                     |
| $K_0$               | Anfangskapital   |
| $K_n$               | Kapital nach n Zinsperioden                            |
| Nachschüssige Rente | Zahlungen am <b>Ende</b> der Zinsperiode               |
| Vorschüssige Rente  | Zahlungen am <b>Anfang</b> der Zinsperiode             |
| r                   | Zahlung (Rate) am Ende/Anfang jeder Zinsperiode        |
| $R_n$               | Rentenwert nach n Zinsperioden (falls Anfangswert = 0) |
| $R_0$               | Rentenanfangswert (falls Wert nach n Zinsperioden = 0) |

### Zins

Einfacher Zins

$$K_n = K_0(1 + ni) \quad \Rightarrow \quad K_0 = \frac{K_n}{1 + ni} \quad i = \frac{K_n - K_0}{K_0} \cdot \frac{n}{n} \quad n = \frac{K_n - K_0}{i}$$

Zinseszins

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 q^n & \Rightarrow & \quad K_0 = \frac{K_n}{q^n} & \quad q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} & \quad n = \frac{\log_a\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log_a(q)} \\ K_n &= K_0 (1 + i)^n & \Rightarrow & \quad K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n} & \quad i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 & \quad n = \frac{\log_a\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log_a(1 + i)} \end{aligned}$$

### Rente

Nachschüssige Rente

$$R_n = r \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R_n(q - 1)}{q^n - 1} \quad n = \frac{\log_a\left(\frac{R_n(q - 1)}{r} + 1\right)}{\log_a(q)}$$

$$R_0 = r \frac{q^n - 1}{q^n(q - 1)} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R_0 q^n(q - 1)}{q^n - 1} \quad n = \frac{\log_a\left(\frac{r}{R_0(q - 1)}\right)}{\log_a(q)}$$

Vorschüssige Rente

$$R_n = rq \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R_n(q - 1)}{q(q^n - 1)} \quad n = \frac{\log_a\left(\frac{R_n(q - 1)}{rq} + 1\right)}{\log_a(q)}$$

$$R_0 = r \frac{q^n - 1}{q^{n-1}(q - 1)} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R_0 q^{n-1}(q - 1)}{q^n - 1} \quad n = \frac{\log_a\left(\frac{rq}{R_0(q - 1)}\right)}{\log_a(q)}$$

## 5. Differentialrechnung

Ableitung  $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

|                     |   |               |                                    |
|---------------------|---|---------------|------------------------------------|
| Konstante Funktion  | $f(x) = c \quad (c \in \mathbb{R})$                     | $\Rightarrow$ | $f'(x) = 0$                        |
| Potenzfunktion      | $f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{R})$                   | $\Rightarrow$ | $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$          |
| Exponentialfunktion | $f(x) = a^x \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$ | $\Rightarrow$ | $f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$         |
|                     | $f(x) = e^x$  | $\Rightarrow$ | $f'(x) = e^x$                      |
|                     | $f(x) = e^{f_1(x)}$                                     | $\Rightarrow$ | $f'(x) = f_1'(x) \cdot e^{f_1(x)}$ |

|              |  |               |   |
|--------------|--|---------------|---|
| Faktorregel  | $f(x) = c \cdot f_1(x) \quad (c \in \mathbb{R})$ | $\Rightarrow$ | $f'(x) = c \cdot f_1'(x)$                             |
| Summenregel  | $f(x) = f_1(x) \pm f_2(x)$                       | $\Rightarrow$ | $f'(x) = f_1'(x) \pm f_2'(x)$                         |
| Produktregel | $f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$                     | $\Rightarrow$ | $f'(x) = f_1'(x) \cdot f_2(x) + f_1(x) \cdot f_2'(x)$ |

## 6. Integralrechnung

|                     |  |   |
|---------------------|--|---|
| Konstante Funktion  | $\int c \, dx = cx + C$  | $(c \in \mathbb{R}, C \in \mathbb{R})$                  |
| Potenzfunktion      | $\int x^n \, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$                               | $(n \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, C \in \mathbb{R})$ |
|                     | $\int x^{-1} \, dx = \ln( x ) + C$   | $(C \in \mathbb{R})$                                    |
| Exponentialfunktion | $\int e^x \, dx = e^x + C$   | $(C \in \mathbb{R})$                                    |
|                     | $\int e^{kx} \, dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$                               | $(k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, C \in \mathbb{R})$  |
| Faktorregel         | $\int c \cdot f(x) \, dx = c \cdot \int f(x) \, dx$                        | $(c \in \mathbb{R})$                                    |
| Summenregel         | $\int (f_1(x) \pm f_2(x)) \, dx = \int f_1(x) \, dx \pm \int f_2(x) \, dx$ |   |
| Bestimmtes Integral | $\int_a^b f(x) \, dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$                           |   |