Aufgaben 4 Lineare Funktion und Gleichungen Lineare Gleichungen

Lernziele

- eine lineare Gleichung lösen können.
- die Lösungsmenge einer linearen Gleichung bestimmen können.
- eine lineare Gleichung mit Parametern lösen können.
- eine Fallunterscheidung durchführen können.
- angewandte Problemstellungen aus dem Bereich Volks- und Betriebswirtschaft mit Hilfe von linearen Gleichungen bearbeiten können.

Aufgaben

4.1 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- a) $19x - 32 + 17x = 18x - 30 + 16x - 4$
- b) $25x - 16 - 9x = 20 + 24x - 10 - 10x$
- c) $105 - 72x - 53 - 69 = 55x + 43x - 23 - 170x + 6$
- d) $56x - 43 - 52 - 19x = 7 - 72x - 56x + 165x - 112$

4.2 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- a) $22(x - 11) - 5(x - 40) = 110 - (x + 53)$
- b) $184 - 6(x - 24) = 214 - 3(2x - 38)$
- c) $(x - 5)(x - 2) = (x - 4)(x - 3)$
- d) $5x(x - 1) - (2x + 3)^2 - (x - 5)(x + 3) - 6 = 0$

4.3 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- a) $\frac{x+3}{5} = \frac{2x-8}{3}$
- b) $\frac{x+3}{4} + \frac{1-3x}{7} = 0$
- c) $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-2}$
- d) $\frac{x}{x-1} = \frac{x-1}{x-2}$

4.4 Die folgenden Gleichungen sind Gleichungen in der Variablen x . Sie enthalten jedoch Parameter a und b . Deshalb hängen die Lösungsmengen der Gleichungen von den Werten dieser Parameter ab.

Lösen Sie die Gleichungen nach x , und bestimmen Sie die Lösungsmengen.

Berücksichtigen Sie dabei, dass die Parameter a und b beliebige reelle Zahlen sein können.

a) $x(a - 3) = a$

Hinweise:

- Möglicherweise möchten Sie beide Seiten der Gleichung durch $a - 3$ dividieren. Dies ist jedoch nicht erlaubt, falls $a - 3 = 0$, d.h. falls $a = 3$, da eine Division durch 0 nicht definiert ist.
- Betrachten Sie beim Lösen der Gleichung die beiden Fälle $a \neq 3$ und $a = 3$.

b) $(x + 1)(b - 2) = 2bx$

c) (siehe nächste Seite)

c) $(a - b)x = a$

4.5 Der Graf einer linearen Funktion hat die Steigung a und enthält den Punkt P .
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion.

a) $a = -5$ $P(5|-3)$

b) $a = 2$ $P(3|0)$

c) $a = 0$ $P(2|3)$

4.6 Alps Bikes verwendet die Formel $B(t) = (-400t + 5000)$ CHF, um den Buchwert $B(t)$ eines Mountain Bikes nach der Zeit t nach dem Kauf zu bestimmen ($t =$ Anzahl Jahre nach dem Kauf).

a) Was bedeuten die Zahlen -400 und 5000 ?

b) Wie lange geht es, bis das Mountain Bike vollständig entwertet bzw. abgeschrieben ist?

4.7 Zwei Artikel A und B werden linear abgeschrieben:

Artikel A Anfangswert = 200 CHF
 Abschreibung = 16 CHF/Jahr

Artikel B Anfangswert = 240 CHF
 Abschreibung = 32 CHF/Jahr

a) Wie lange geht es, bis die beiden Artikel vollständig abgeschrieben sind?

b) Nach welcher Zeit besitzen die beiden Artikel den gleichen Wert?

Hinweis:

- Betrachten Sie den zeitlichen Verlauf der Werte der Artikel als lineare Funktionen.

4.8 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.
In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

a) Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung ...

... enthält immer mindestens ein Element.

... enthält nie zwei Elemente.

... enthält genau ein Element, falls die lineare Gleichung einer konstanten Funktion entspricht.

... kann nicht die leere Menge sein.

b) Wenn eine lineare Gleichung genau eine Lösung hat, dann ...

... schneidet der Graf der entsprechenden linearen Funktion die x -Achse.

... enthält die Gleichung keine Parameter.

... ist die Lösung sicher eine ganze Zahl.

... kann keine andere lineare Gleichung die gleiche Lösung haben.

c) Wenn $x = 2$ eine Lösung einer linearen Gleichung ist, dann kann gefolgert werden, dass ...

... $x = 3$ keine Lösung ist.

... der Graf der entsprechenden linearen Funktion die x -Achse an der Stelle $x = 2$ schneidet.

... $P(2|0)$ ein Punkt auf dem Grafen der entsprechenden linearen Funktion ist.

... $P(0|2)$ ein Punkt auf dem Grafen der entsprechenden linearen Funktion ist.

Lösungen

- 4.1 a) $L = \{-1\}$ b) $L = \{13\}$
 c) $L = \mathbb{R}$ d) $L = \{ \}$

- 4.2 a) $L = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$ b) $L = \mathbb{R}$
 c) $L = \{ \}$ d) $L = \{0\}$

- 4.3 a) $L = \{7\}$ b) $L = \{5\}$
 c) $L = \{3\}$ d) $L = \{ \}$

- 4.4 a) falls $a = 3$: keine Lösung $\Rightarrow L = \{ \}$
 falls $a \neq 3$: $x = \frac{a}{a-3}$ $\Rightarrow L = \left\{ \frac{a}{a-3} \right\}$
 b) falls $b = -2$: keine Lösung $\Rightarrow L = \{ \}$
 falls $b \neq -2$: $x = \frac{b-2}{b+2}$ $\Rightarrow L = \left\{ \frac{b-2}{b+2} \right\}$
 c) falls $a = b = 0$: $x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow L = \mathbb{R}$
 falls $a = b \neq 0$: keine Lösung $\Rightarrow L = \{ \}$
 falls $a \neq b$: $x = \frac{a}{a-b}$ $\Rightarrow L = \left\{ \frac{a}{a-b} \right\}$

- 4.5 a) $y = f(x) = -5x + 22$

Hinweise:

- Die Funktionsgleichung einer linearen Funktion lautet $y = f(x) = ax + b$

- $P(5|-3)$ ist ein Punkt auf dem Grafen der linearen Funktion. Daher müssen die Koordinaten von P die Funktionsgleichung der linearen Funktion erfüllen, d.h. $-3 = f(5) = a \cdot 5 + b$

- b) $y = f(x) = 2x - 6$

- c) $y = f(x) = 3$

- 4.6 a) Die Zahl -400 gibt an, dass der Wert des Mountain Bikes jährlich um 400 CHF abnimmt.
 Die Zahl 5000 gibt an, dass der Anfangswert des Mountain Bikes 5000 CHF beträgt.

- b) 12.5 Jahre

Hinweis:

- Vollständige Entwertung bis zum Zeitpunkt t bedeutet $B(t) = 0$.

- 4.7 a) Artikel A: 12.5 Jahre
 Artikel B: 7.5 Jahre

- b) 2.5 Jahre

- 4.8 a) 2. Aussage

- b) 1. Aussage

- c) 3. Aussage