

Übung 23 Ebene Parameterdarstellung, Koordinatendarstellung

Lernziele

- die Parameterdarstellung und die Koordinatendarstellung einer Ebene und deren Zusammenhang verstehen.
- eine Parameterdarstellung und eine Koordinatendarstellung einer Ebene bestimmen können.
- selbstständig und in Gruppen neue Problemstellungen analysieren und lösen können.

Aufgaben

Parameterdarstellung

- Papula* Aufgaben
 - 134/13
 - 134/14Bem.: Die Parameterdarstellung einer Ebene ist nicht eindeutig.
Die im Lehrbuch *Papula* in den Lösungen angegebene Parameterdarstellung ist daher nur eine von unendlich vielen möglichen Parameterdarstellungen.
- Gegeben ist die folgende Ebene E:
$$E: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
Beurteilen Sie, ob der Punkt P auf der Ebene liegt oder nicht:
 - P(-2|0|5)
 - P(0|0|0)
- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der
 - xy-Ebene
 - yz-Ebene
 - xz-Ebene
- Papula* Aufgaben
 - 134/15
 - 134/16
- Eine Ebene E kann durch eine Gerade g und einen Punkt P, der nicht auf g liegt, bestimmt werden. Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E, in der die Gerade g und der Punkt P liegen:

$$g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad P(2|6|1)$$

Koordinatendarstellung

- Die Ebene E ist gegeben in der Parameterdarstellung
$$E: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
Bestimmen Sie eine Koordinatendarstellung der Ebene E.
- Die Ebene E ist gegeben in der Koordinatendarstellung
$$E: 2x - 3y + 4z - 12 = 0$$
Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E.
- Papula* Aufgabe 135/17
 - Aufgabenstellung nach *Papula*
 - Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E.

Lösungen

1. siehe Lehrbuch *Papula*

2. a) P E
b) P E

3. a) $E_{xy}: r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $E_{yz}: r(P) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $E_{xz}: r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. siehe Lehrbuch *Papula*

5. E: $r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

6. E: $2x + 7y - z + 9 = 0$

7. E: $r(P) = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. a) siehe Lehrbuch *Papula*

b) z.B. E: $r(P) = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Literatur

Parameterdarstellung

Lehrbuch *Papula* Abschnitt 4.2.1 *Punkt-Richtungs-Form einer Ebene* (Seiten 109-111)

Bem.: Wir behandeln im Unterricht nur die "Punkt-Richtungs-Form einer Ebene" und bezeichnen sie als "Parameterdarstellung einer Ebene".

Die "Drei-Punkte-Form einer Ebene" (Lehrbuch *Papula*, Abschnitt 4.2.2, Seiten 112-114) müssen Sie nicht kennen.

Koordinatendarstellung

Lehrbuch *Papula* Abschnitt 4.2.3 *Gleichung einer Ebene senkrecht zu einem Vektor* (Seiten 114-115)