

Übung 31 Repetition Analytische Geometrie, Infinitesimalrechnung

Aufgaben

Analytische Geometrie

1. Die folgenden drei Geraden g_1 , g_2 und g_3 liegen windschief im Raum:

$$g_1: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad g_2: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie eine Gerade g , welche parallel zu g_3 ist und die beiden Geraden g_1 und g_2 schneidet.

2. Gegeben sind die beiden Ebenen E_1 und E_2 und der Punkt Q :

$$E_1: 3x + 2y - z + 4 = 0$$

$$E_2: x + y + z - 3 = 0$$

$$Q(2 \mid -1 \mid 1)$$

Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung derjenigen Ebene auf, die durch den Punkt Q geht und je senkrecht auf den beiden Ebenen E_1 und E_2 steht.

3. Die Parameterdarstellung einer Geraden g und die Koordinatendarstellung einer Ebene E lauten wie folgt:

$$g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E: 2x + 3y + 4z - 6 = 0$$

Bestimmen Sie

- den Neigungswinkel der Geraden g gegenüber der Ebene E .
- den Durchstosspunkt D der Geraden g mit der Ebene E .

4. Gegeben sind die vier Punkte A , B , C und D :

$$A(2 \mid -3 \mid 2)$$

$$B(-1 \mid 3 \mid 6)$$

$$C(5 \mid -5 \mid 0)$$

$$D(6 \mid -7 \mid 15)$$

Bestimmen Sie

- den Abstand des Punktes D von der durch A , B und C bestimmten Ebene E .
- den Fusspunkt D' des Lotes von D auf die Ebene E .
- den Winkel, den die Ebene E mit der x - y -Ebene einschliesst.

5. Die Gleichungen der beiden Ebenen E_1 und E_2 lauten wie folgt:

$$E_1: 4x - 2y - z - 12 = 0$$

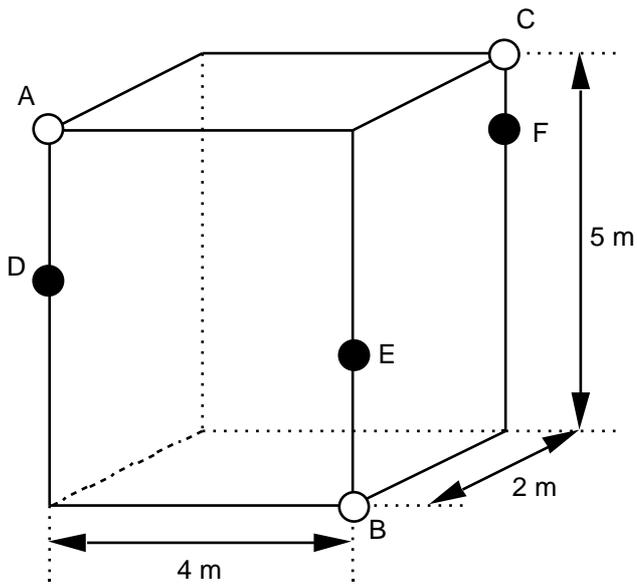
$$E_2: 2x + 2y - 5z + 24 = 0$$

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden.
- Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Ebenen.
- Wie gross ist der Abstand der Schnittgeraden vom Ursprung.
- Welcher Punkt der Schnittgeraden liegt dem Ursprung am nächsten?

6. In einen quaderförmigen Raum werden zwei Glasplatten eingefügt. Die eine Platte soll durch die Punkte A , B und C verlaufen, die andere durch die Punkte D , E und F . D liegt auf $3/5$, E auf $2/5$ und F auf $4/5$ der Raumhöhe.

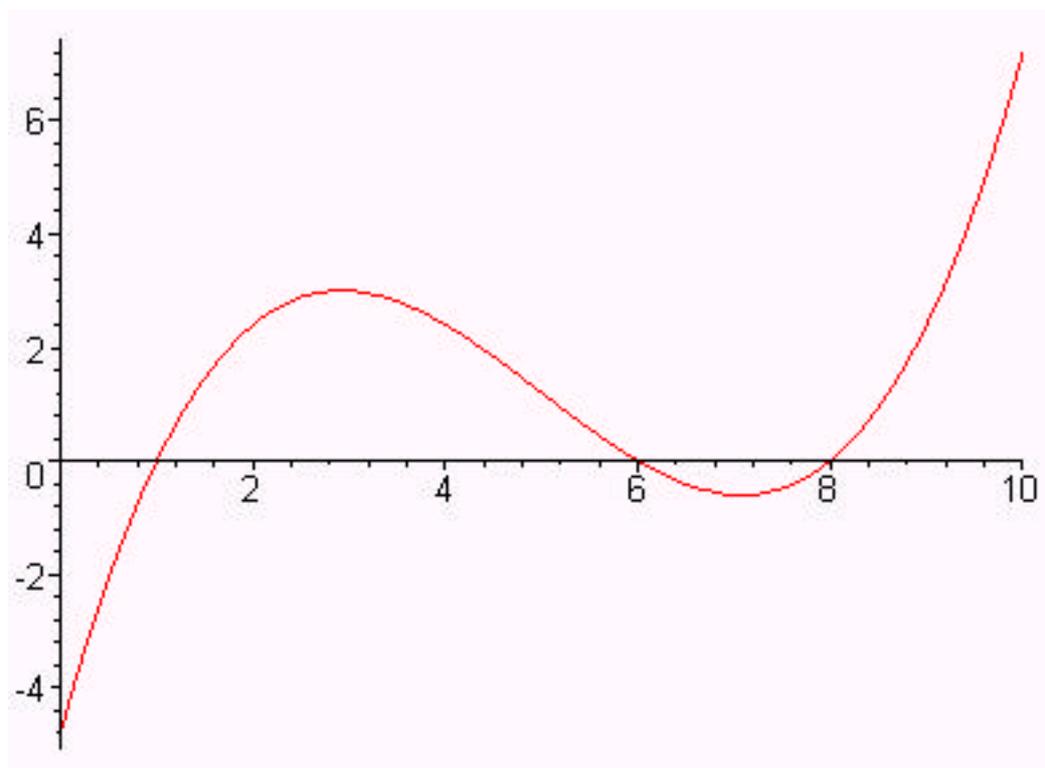
(Fortsetzung Seite 2)

Stellen Sie die Schnittgerade der beiden Glasplatten analytisch dar. Wählen Sie dazu selber ein geeignetes Koordinatensystem.



Infinitesimalrechnung

7. Der Graf einer Funktion $f: x \rightarrow f(x)$ sieht wie folgt aus:



- a) Lesen Sie aus dem Grafen alle Stellen x heraus, an welchen gilt: $f'(x) = 0$
- b) Skizzieren Sie den Grafen der Ableitung $f': x \rightarrow f'(x)$
- c) Schätzen sie den Wert der folgenden bestimmten Integrale ab:
 - i) $\int_4^6 f(x) dx$
 - ii) $\int_0^2 f(x) dx$

Lösungen

1. g: $r(P) = \begin{pmatrix} 7/3 & 0 \\ 14/3 & 2 \\ -7/6 & -1 \end{pmatrix}$
2. E: $3x - 4y + z - 11 = 0$
3. a) $= 30.57^\circ$
b) $D \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 15 \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix} \mid -\frac{31}{15} \right)$
4. a) $d = 14$
b) $D' (2 \mid -1 \mid 3)$
c) $= 31.0^\circ$
5. a) g: $r(P) = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 10 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
b) $= 70.01^\circ$
c) $d = 6$
d) $P (2 \mid -4 \mid 4)$
6. ...
7. a) $x_1 \quad 3$
 $x_2 \quad 7$
b) ...
c) i) $\int_4^6 f(x) dx \quad 2$
ii) $\int_0^2 f(x) dx \quad -1.5$