

Übung 16 Ableitung Ableitung einer Funktion, Grundfunktionen, Ableitung auf MAPLE

Lernziele

- die Ableitung einer einfachen Funktion direkt aus der Definition der Ableitung von Hand bestimmen können.
- die Ableitung einer Grundfunktion mit Hilfe einer Tabelle bestimmen können.
- die Ableitung einer Funktion mit dem Computerprogramm MAPLE bestimmen können.
- durch das Studium schriftlicher Unterlagen neue Sachverhalte erarbeiten können.
- den Zusammenhang zwischen der Stetigkeit und der Differenzierbarkeit einer Funktion verstehen.

Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$ **direkt**, indem Sie den Grenzwert des Differenzenquotienten von Hand bestimmen.

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

a) $f(x) = x^3$

b) $f(x) = mx + q$ ($m \in \mathbb{R}, q \in \mathbb{R}$)

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

2. Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$ **mit Hilfe der Tabelle** im Buch *Papula* (Tabelle 1, Seite 313).

a) $f(x) = x^5$

b) $f(x) = x^{a+1}$, $a \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

d) $f(x) = \frac{x^5}{\sqrt[7]{x^3}}$

e) $f(x) = x^{1/2}$

f) $f(x) = x^{-5/7}$

g) $f(x) = 5^x$

h) $f(x) = \log_2(x)$

i) $f(x) = \log(x)$

3. Im Computerprogramm MAPLE gibt es die beiden Befehle *D* und *diff*, mit welchen die Ableitung einer Funktion bestimmt werden kann.

a) Finden Sie in MAPLE unter "Hilfe" heraus, wie man die Befehle *D* und *diff* verwendet.

b) Bestimmen Sie mit MAPLE die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$:

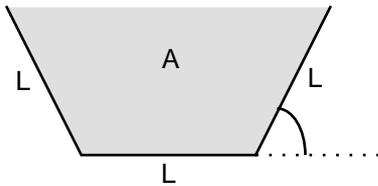
i) $f(x)$ aus der Aufgabe 2

ii) $f(x) = \sin(x)$

iii) $f(x) = \frac{4x^4 - 3x^2}{x^3}$

4. (siehe Seite 2)

4. Betrachten Sie das Beispiel der Wasserrinne aus dem Unterricht (Einführung Differentialrechnung):



Der Neigungswinkel der Seitenwände soll so gewählt werden, dass die Querschnittsfläche A der Rinne maximal wird.

- a) Bestimmen Sie die Querschnittsfläche A in Abhängigkeit des Winkels α .
 - b) Fassen Sie A als Funktion von α auf, d.h. $A = A(\alpha)$.
Zeichnen Sie mit MAPLE den Grafen der Funktion $A(\alpha)$.
 - c) Bestimmen Sie mit MAPLE das Maximum der Funktion $A(\alpha)$:
 - i) Bestimmen Sie die Ableitung $A'(\alpha)$.
 - ii) Bestimmen Sie die Stelle α_0 , für welche gilt: $A'(\alpha_0) = 0$
5. Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt *1.2 Ableitung einer Funktion* (Seiten 309-313).
6. Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:
- (1) Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 stetig ist, dann ist sie an der Stelle x_0 differenzierbar.
 - (2) Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 differenzierbar ist, dann ist sie an der Stelle x_0 stetig.

Lösungen

1. a) $f'(x) = 3x^2$
b) $f'(x) = m$
c) $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$

2. a) $f'(x) = 5x^4$ b) $f'(x) = (a+1)x^a$ c) $f'(x) = \frac{3}{4} \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$
d) $f'(x) = \frac{32}{7} \sqrt[7]{x^{25}}$ e) $f'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2}$ f) $f'(x) = -\frac{5}{7} x^{-12/7}$
g) $f'(x) = \ln(5) \cdot 5^x$ h) $f'(x) = \frac{1}{\ln(2) \cdot x}$ i) $f'(x) = \frac{1}{\ln(10) \cdot x}$

3. a) ...
b) i) ...
ii) $f'(x) = \cos(x)$
iii) $f'(x) = 16x^3 + \frac{3}{x^2}$

4. a) $A = L^2 \sin(\) (1 + \cos(\))$
b) ...
c) i) $A'(\) = L^2 (\cos(\) (1 + \cos(\)) - \sin^2(\))$
ii) $A'(\) = 0$ für $\ = 60^\circ$

5. ...

6. (1) falsch
(2) wahr