

## Übung 22

## Integral Grundintegrale, Elementare Integrationsregeln

### Lernziele

- eine Stammfunktion, ein unbestimmtes, ein bestimmtes Integral mit Hilfe einer Tabelle mit Grundintegralen und unter Anwendung der elementaren Integrationsregeln bestimmen können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren können.
- einfachere Flächeninhalte mit Hilfe des bestimmten Integrals berechnen können.

### Aufgaben

1. *Papula*: 528/1, 528/2, 529/3

2. Bei der Bestimmung eines bestimmten Integrales

$$\int_a^b f(x) dx$$

sind wir bisher immer davon ausgegangen, dass der Graf von  $f$  im Intervall  $[a,b]$  **oberhalb** der  $x$ -Achse verläuft, d.h.  $f(x) \geq 0$  für  $a \leq x \leq b$ .

Das bestimmte Integral kann dann grafisch wie folgt interpretiert werden: Das bestimmte Integral ist gerade gleich dem Inhalt der Fläche zwischen dem Grafen von  $f$  und der  $x$ -Achse zwischen  $a$  und  $b$ .

In dieser Aufgabe sollen Sie nun beurteilen, wie man ein bestimmtes Integral grafisch interpretieren muss, wenn der Graf von  $f$  **unterhalb** der  $x$ -Achse verläuft.

a) Vergleichen Sie die beiden folgenden bestimmten Integrale:

$$\int_{-1}^0 x dx \quad (1)$$

$$\int_0^1 x dx \quad (2)$$

Finden Sie aus dem Vergleich der beiden Integrale (1) und (2) eine grafische Interpretation für das Integral (1). Bei diesem verläuft der Graf der Funktion im Integrationsintervall stets unterhalb der  $x$ -Achse.

b) Betrachten Sie das folgende bestimmte Integral:  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(x) dx$

Welchen Wert erwarten Sie für dieses bestimmte Integral?

- Versuchen Sie zuerst, das Integral **grafisch** zu bestimmen, d.h. ohne zu rechnen.
- Prüfen Sie Ihr Resultat aus i) nun **rechnerisch** nach.

3. *Papula*: 529/4, 530/8, 530/9, 530/10, 530/11

4. Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die begrenzt wird durch die beiden Kurven

a)  $y = x^2$  und  $y = 1$

b)  $y = x^2$  und  $y = x^3$

### Lösungen

1. siehe *Papula*

2. a) ...

b) ...

3. siehe *Papula*

4. a)  $\frac{4}{3}$

b)  $\frac{1}{12}$