

## Übung 6                      Funktionen Potenz- / Wurzel- / Trigonom. / Arkus- / Exponential- / Log.-Funktionen

PUZZLE
--------

### Themen

- 1        Potenz- / Wurzelfunktionen
- 2        **Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen**
- 3        Exponential- / Logarithmusfunktionen

### Lernziele

#### 1        **Potenz- / Wurzelfunktionen**

- die Definition einer Potenzfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten beurteilen können (K3).
- die Definition einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- den Definitionsbereich einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- verstehen, dass eine Wurzelfunktion die Umkehrfunktion einer Potenzfunktion ist (K2).
- die Umkehrfunktion einer einfacheren Potenzfunktion bestimmen können (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Wurzelfunktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Wurzelfunktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- eine Potenzfunktion mit rationalem Exponenten als Kombination von Potenz- und Wurzelfunktion verstehen (K2).

#### 2        **Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen**

- die Definitionen der trigonometrischen Funktionen  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$  und  $\cot$  sowohl am Einheitskreis als auch am rechtwinkligen Dreieck kennen (K1).
- verstehen, dass die trigonometrischen Funktionen periodisch sind (K2).
- die charakteristischen Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer trigonometrischen Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer trigonometrischen Funktion beurteilen können (K3).
- die Definitionen der Arkusfunktionen  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctan$  und  $\text{arccot}$  kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Arkusfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Arkusfunktion von Hand richtig skizzieren können (K1).

#### 3        **Exponential- / Logarithmusfunktionen**

- die Definition einer Exponentialfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Exponentialfunktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Exponentialfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Exp.-Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer Exponentialfunktion beurteilen können (K3).
- die Definition einer Logarithmusfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Logarithmusfunktion kennen (K1).
- die Umkehrfunktion einer einfacheren Exponentialfunktion bestimmen können (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Log.-Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Rechenregeln für Logarithmen kennen (K1).

- den Zusammenhang zwischen den Potenz- und den Logarithmengesetzen verstehen (K2).
- den Basiswechsel bei Logarithmen verstehen (K2).

## Aufgaben

### 2 Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen

#### Einzelstudium

- a) Studieren Sie im Buch *Papula* die Abschnitte 9.1 Definitionen und Grundbegriffe (Seiten 231 bis 236), 9.2 Sinus- und Kosinusfunktion (Seiten 236 bis 237) und 9.3 Tangens- und Kotangensfunktion (Seiten 237 bis 238).
- b) Gegeben ist die folgende allgemeine Sinus-Funktion  
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = a \cdot \sin(bx+c)$  ( $a>0, b>0, c \in \mathbb{R}$  beliebig)  
Stellen Sie die Funktion  $f$  mit dem Computerprogramm MAPLE für verschiedene Werte für  $a, b$  und  $c$  grafisch dar.  
Finden Sie charakteristische Eigenschaften von  $f$ , die unabhängig von  $a, b$  und  $c$  sind.  
Finden Sie auch Eigenschaften, die von den Werten für  $a, b$  und  $c$  abhängen.
- c) Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 9.5.1.1 Die allgemeine Sinus- und Kosinusfunktion (Seiten 240 bis 244).
- d) *Papula*: 303/6  
Hinweis: Erstellen Sie die Skizze von Hand und ohne Hilfsmittel.
- e) Gegeben ist die folgende Sinus-Funktion  
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = \sin(x)$ 
  - i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von  $f$  bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h.  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}$ .  
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion  $f$  bijektiv ist oder nicht.
  - ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass  $f$  nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen  $A$  und  $B$ , so dass  $f$  bijektiv wird.
- f) Gegeben ist die folgende allgemeine Sinus-Funktion  
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = a \cdot \sin(bx+c)$  ( $a>0, b>0, c \in \mathbb{R}$  beliebig)
  - i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von  $f$  bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h.  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}$ .  
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion  $f$  bijektiv ist oder nicht.
  - ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass  $f$  nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen  $A$  und  $B$ , so dass  $f$  bijektiv wird.
- g) Gegeben ist die folgende Tangens-Funktion  
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = \tan(x)$ 
  - i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von  $f$  bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h.  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}$ .  
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion  $f$  bijektiv ist oder nicht.
  - ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass  $f$  nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen  $A$  und  $B$ , so dass  $f$  bijektiv wird.
- h) Studieren Sie im Buch *Papula* das Kapitel 10 Arkusfunktionen (Seiten 258 bis 264).
- i) Skizzieren Sie von Hand und ohne Hilfsmittel die Grafen der Arkusfunktionen, welche durch die folgenden Funktionsgleichungen bestimmt sind:
  - i)  $f(x) = \arcsin(x)$
  - ii)  $f(x) = \arccos(x)$
  - iii)  $f(x) = \arctan(x-1)$

#### Expertenrunde

Diskutieren Sie gemeinsam die Aufgaben, die Sie im Einzelstudium bearbeitet haben, und klären Sie in der Gruppe alle Unklarheiten ab.

*Unterrichtsrunde*

Unterrichten Sie Ihre Kollegen/-innen über Ihr Thema 2.

Lassen Sie sich von Ihren Kollegen/-innen über die Themen 1 und 3 unterrichten.

## Lösungen

2. a) ...  
b) ...  
c) ...  
d) ...  
e) i) nicht bijektiv  
ii)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$ ,  $B = \{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$   
f) i) nicht bijektiv  
ii)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2b - c/b} \leq x \leq \sqrt{2b - c/b}\}$ ,  $B = \{y \in \mathbb{R} \mid -a \leq y \leq a\}$   
g) i) nicht bijektiv  
ii)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}\}$ ,  $B = \mathbb{R}$   
h) ...  
i) ... (mit MAPLE nachprüfen)