

## Übung 21                      **Ableitung** **Elementare Ableitungsregeln, Kettenregel, Höhere Ableitungen**

### Lernziele

- die Faktor-, Summen-, Produkt-, Quotientenregel zur Bestimmung der Ableitung einfacherer Funktionen anwenden können.
- die Kettenregel zur Bestimmung der Ableitung einfacherer zusammengesetzter Funktionen anwenden können.
- höhere Ableitungen einfacherer Funktionen von Hand und mit Hilfe einer Tabelle bestimmen können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren können.

### Aufgaben

#### *Elementare Ableitungsregeln*

1.     *Papula* Seite 391 "Zu Abschnitt 2": 391/1, 391/2, 391/3
  
2.     Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:
  - a)     f: x      $f(x) = \frac{\sin(x)}{x \cdot e^x}$
  - b)     p: a      $p(a) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$
  - c)     q: b      $q(b) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$
  - d)     r: c      $r(c) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$

#### *Kettenregel*

3.     *Papula*: 392/4, 392/5

#### *Höhere Ableitungen*

4.     *Papula*: 393/15, 394/16
  
5.     Eine Polynomfunktion k-ten Grades hat die folgende allgemeine Form:  
          f: x      $f(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_k \cdot x^k$ 
  - a)     Bestimmen Sie
    - i)       die 1. Ableitung f'.
    - ii)      die 2. Ableitung f''.
  - b)     Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:  
          "Die k-te Ableitung einer Polynomfunktion k-ten Grades ist eine konstante Funktion."

## Lösungen

1. siehe *Papula*

2. a)  $f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot x - \sin(x)(1+x)}{x^2 e^x}$

b)  $p'(a) = 5b(2ac^2 + \sin(b))$

c)  $q'(b) = 5a(ac^2 + \sin(b) + b \cdot \cos(b))$

d)  $r'(c) = 10a^2bc$

3. siehe *Papula*

4. siehe *Papula*

5. a) i)  $f'(x) = a_1 + 2a_2 \cdot x + 3a_3 \cdot x^2 + 4a_4 \cdot x^3 + \dots + ka_k \cdot x^{k-1}$

ii)  $f''(x) = 2a_2 + 6a_3 \cdot x + 12a_4 \cdot x^2 + 20a_5 \cdot x^3 + \dots + k(k-1)a_k \cdot x^{k-2}$

b)  $f'$  ist eine Polynomfunktion (k-1)-ten Grades.  
 $f''$  ist eine Polynomfunktion (k-2)-ten Grades.  
usw.

Bei jedem Ableiten reduziert sich der Grad der Polynomfunktion um 1.

Nach k-maligem Ableiten bleibt eine Polynomfunktion 0-ten Grades, also eine konstante Funktion.