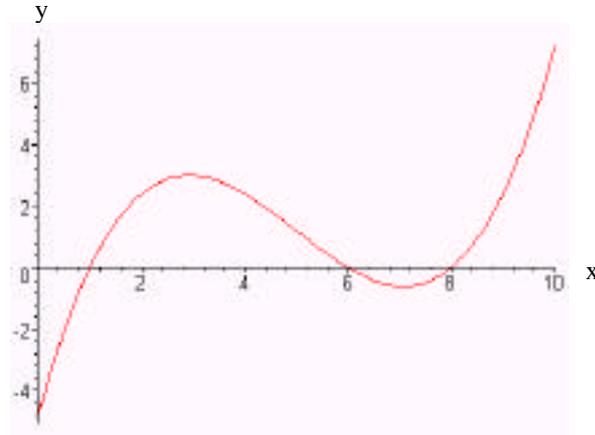


Repetitions-Übung 4 Integralrechnung

Aufgaben

1. Der Graf einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x)$ sieht wie folgt aus:



Schätzen Sie den Wert der folgenden bestimmten Integrale ab:

a) $\int_4^6 f(x) dx$ b) $\int_0^2 f(x) dx$

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{-1}^1 (t^2x - x^2t) dx$ b) $\int_{-1}^1 (t^2x - x^2t) dt$
c) $\int x \sqrt{1+x^2} dx$ d) $\int \cos(\ln(x)) dx$

3. Gegeben sind zwei Kurven k_1 und k_2 in der xy -Ebene:

$$k_1: y = \frac{1}{4}x(x-4)$$
$$k_2: y = -\frac{1}{9}(x-2)^2 + \frac{9}{4}$$

Die beiden Kurven k_1 und k_2 begrenzen ein Flächenstück.

Bestimmen Sie den Inhalt dieses Flächenstückes.

4. Eine Kurve k in der xy -Ebene ist gegeben durch die Gleichung $y = \frac{x^2}{4} - 3$.

Wird die Kurve k an der Geraden $y = x$, d.h. an der Winkelhalbierenden des ersten und dritten Quadranten gespiegelt, so begrenzen die Kurve k und ihr Spiegelbild ein Flächenstück, ein "2-Eck".

- a) Berechnen Sie den Winkel, unter welchem sich die Kurve k und ihr Spiegelbild im ersten Quadranten schneiden.
b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des "2-Ecks".

Lösungen

1. a) $\int_4^6 f(x) dx = 2$

b) $\int_0^2 f(x) dx = -1.5$

2. a) $-\frac{2}{3}t$

b) $\frac{2}{3}x$

c) $\frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + C$

d) $\frac{x}{2}(\sin(\ln(x)) + \cos(\ln(x))) + C$

3. $A = 13$

4. a) $= 2 \arctan(3) - \frac{\pi}{2} = 0.927... = 53.1...^\circ$

b) $A = \frac{128}{3} = 42.6...$