

## Aufgaben 2                      Vektoren     Skalarprodukt

### Lernziele

- das Skalarprodukt zweier Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, bestimmen können.
- die Rechengesetze des Skalarproduktes anwenden können.
- das Skalarprodukt zur Lösung von konkreten Problemstellungen anwenden können.

### Aufgaben

2.1 Papula 1: 137/10 (10./11. Auflage: 129/10), 137/11 (129/11), 138/17 (130/17)

2.2 Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge ein Rechteck bilden:

$$A(7|6|3) \qquad B(4|10|1) \qquad C(-2|6|2) \qquad D(1|2|4)$$

2.3 Bestimmen Sie den Wert von k, damit die Vektoren a und b orthogonal werden, d.h. senkrecht aufeinander stehen:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \text{b)} \quad a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3k \\ -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \\ 2k \end{pmatrix} \end{array}$$

2.4 Gegeben sind die drei Vektoren a, b und c:

$$a = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Wert von k, damit gilt:

$$(a + k \cdot b) \perp c$$

2.5 Mit  $AB_{(CD)}$  sei derjenige Vektor bezeichnet, den man erhält, wenn man den Vektor AB auf die Gerade (CD) projiziert.

Bestimmen Sie den Vektor  $AB_{(CD)}$ .

$$\text{a)} \quad A(-7|-5), B(0|-4), C(10|1), D(-6|13) \qquad \text{b)} \quad A(1|-2|3), B(5|-8|1), C(2|4|3), D(-1|9|1)$$

2.6 Bestimmen Sie die Komponenten eines dreidimensionalen Vektors vom Betrag 20, welcher mit der x-Achse und mit der y-Achse je einen Winkel von  $60^\circ$  einschliesst.

2.7 Der Vektor x soll als Summe zweier Vektoren y und z geschrieben werden. y soll dabei parallel zu a und z senkrecht zu b sein:

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie y und z.

## Lösungen

2.1 siehe Papula 1

2.2 ...

2.3  $a \cdot b = 0$

a)  $k = -2$

b)  $k = -1$

2.4  $k = 1$

2.5 a)  $AB_{(CD)} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

b)  $AB_{(CD)} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

2.6  $x_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ \sqrt{2} \cdot 10 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -\sqrt{2} \cdot 10 \end{pmatrix}$

2.7  $y = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, z = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$