

## Aufgaben 16      Ableitung Elementare Ableitungsregeln, Kettenregel, Höhere Ableitungen

### Lernziele

- die Faktor-, Summen-, Produkt-, Quotientenregel zur Bestimmung der Ableitung einfacherer Funktionen anwenden können.
- die Kettenregel zur Bestimmung der Ableitung einfacherer zusammengesetzter Funktionen anwenden können.
- höhere Ableitungen einfacherer Funktionen von Hand und mit Hilfe einer Ableitungs-Tabelle bestimmen können.
- eine neue Problemstellung bearbeiten können.

### Aufgaben

#### Elementare Ableitungsregeln

16.1 Papula 1, Seite 414 (391) "Zu Abschnitt 2": 414/1 (391/1), 414/2 (391/2), 414/3 (391/3)

16.2 Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

a)  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = \frac{\sin(x)}{x \cdot e^x}$

b)  $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a \quad y = p(a) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$

c)  $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, b \quad y = q(b) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$

d)  $r: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, c \quad y = r(c) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$

#### Kettenregel

16.3 Papula 1: 415/4 (392/4), 415/5 (392/5)

#### Höhere Ableitungen

16.4 Papula 1: 416/15 (393/15), 417/16 (394/16)

16.5 Eine Polynomfunktion k-ten Grades hat die folgende allgemeine Form:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_k \cdot x^k$$

a) Bestimmen Sie ...

i) ... die 1. Ableitung  $f'$ .

ii) ... die 2. Ableitung  $f''$ .

b) Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:  
"Die k-te Ableitung einer Polynomfunktion k-ten Grades ist eine konstante Funktion."

## Lösungen

16.1 siehe Papula 1

16.2 a)  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = \frac{\cos(x) \cdot x - \sin(x)(1+x)}{x^2 e^x}$

b)  $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a \quad y = p'(a) = 5b(2ac^2 + \sin(b))$

c)  $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, b \quad y = q'(b) = 5a(ac^2 + \sin(b) + b \cdot \cos(b))$

d)  $r: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, c \quad y = r'(c) = 10a^2bc$

16.3 siehe Papula 1

16.4 siehe Papula 1

16.5 a) i)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = a_1 + 2a_2 \cdot x + 3a_3 \cdot x^2 + 4a_4 \cdot x^3 + \dots + ka_k \cdot x^{k-1}$   
ii)  $f'': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f''(x) = 2a_2 + 6a_3 \cdot x + 12a_4 \cdot x^2 + 20a_5 \cdot x^3 + \dots + k(k-1)a_k \cdot x^{k-2}$

b)  $f'$  ist eine Polynomfunktion  $(k-1)$ -ten Grades.  
 $f''$  ist eine Polynomfunktion  $(k-2)$ -ten Grades.  
usw.

Bei jedem Ableiten reduziert sich der Grad der Polynomfunktion um 1.

Nach  $k$ -maligem Ableiten bleibt eine Polynomfunktion 0-ten Grades, also eine konstante Funktion.