

Textaufgaben

1. Fenster

Aufgabe

Ein Fenster hat die Form eines Rechtecks mit einem aufgesetzten Halbkreis. Die Gesamthöhe des Fensters misst 4.20 m, der Flächeninhalt 8.00 m².

Berechnen Sie den Kreisradius.

Loesung

```
> restart:
Digits:=5:
> gesamthoehe:=4.2:
gesamtflaeche:=8:
solve({gesamtflaeche=flaecherechteck+flaechehalbkreis,
      flaecherechteck=laengerechteck*breiterechteck,
      gesamthoehe=laengerechteck+radius,
      breiterechteck=2*radius,
      flaechehalbkreis=0.5*radius^2*Pi},
      {flaecherechteck, flaechehalbkreis, laengerechteck, breiterechteck,
      radius});
{laengerechteck = 3.1961, radius = 1.0039, flaecherechteck = 6.4170,
 flaechehalbkreis = 1.5830, breiterechteck = 2.0077 }, {flaechehalbkreis = 541.52,
 breiterechteck = 37.134, laengerechteck = -14.367, radius = 18.567, flaecherechteck = -533.52
 }
```

MAPLE gibt zwei Loesungen aus. Nur die erste Loesung ist geometrisch sinnvoll, da in der zweiten Loesung negative Loesungen vorkommen.

Der Kreisradius betraegt 1.00 m

2. Hebelwaage

Aufgabe

Die Arme einer Hebelwaage sind verschieden lang. Legt man eine Masse auf die linke Waagschale, so braucht es auf der rechten 4.5 kg, damit die Waage im Gleichgewicht ist. Legt man dieselbe Masse auf die rechte Schale, so braucht es auf der linken 8 kg fuer das Gleichgewicht.

Berechnen Sie die Masse sowie das Verhaeltnis der Hebelarmlaengen.

Loesung

```

> restart:
  Digits:=5:
> masse1:=4.5:
  masse2:=8:
  g:=10:
  solve({drehmoment1links=drehmoment1rechts,
         drehmoment1links=hebellinks*gewicht,
         drehmoment1rechts=hebelrechts*gewicht1,
         drehmoment2links=drehmoment2rechts,
         drehmoment2links=hebellinks*gewicht2,
         drehmoment2rechts=hebelrechts*gewicht,
         gewicht=masse*g,
         gewicht1=masse1*g,
         gewicht2=masse2*g,
         verhaeltnis=hebellinks/hebelrechts},
        {drehmoment1links, drehmoment1rechts, hebellinks, gewicht, hebelrechts,
         gewicht1, drehmoment2links, drehmoment2rechts, gewicht2, masse, verhaeltnis});
{ hebellinks = hebellinks, drehmoment2rechts = 80. hebellinks, gewicht1 = 45.,
  drehmoment2links = 80. hebellinks, drehmoment1links = 60. hebellinks,
  drehmoment1rechts = 60. hebellinks, masse = 6., gewicht = 60., gewicht2 = 80.,
  verhaeltnis = 0.75000, hebelrechts = 1.3333 hebellinks }, { hebellinks = hebellinks,
  verhaeltnis = -0.75000, hebelrechts = -1.3333 hebellinks, drehmoment2rechts = 80. hebellinks,
  gewicht1 = 45., drehmoment2links = 80. hebellinks, gewicht2 = 80., gewicht = -60.,
  drehmoment1links = -60. hebellinks, drehmoment1rechts = -60. hebellinks, masse = -6. }

```

MAPLE gibt zwei Loesungen aus. Nur die erste Loesung ist physikalisch sinnvoll, da in der zweiten Loesung negative Groessen vorkommen.

Das Verhaeltnis der Hebelarme (links:rechts) betraegt 3:4.

3. Wuerfel

Aufgabe

Ein Wuerfel hat die Kantenlaenge a . Der Punkt P liegt auf der Kante AB, der Punkt Q auf der Verlaengerung der Kante CD so, dass die Laenge der Strecke PQ gerade a betraegt und die Laengen der Strecken AP und DQ gleich gross sind. Wie gross ist die Laenge der Strecke DQ?

Loesung

a sei die Kantenlaenge des Wuerfels, x die gesuchte Laenge der Strecke DQ und y die Laenge der Strecke CP.

```

> restart:
  Digits:=5:
> evalf(solve({a^2+(a-x)^2=y^2, (a+x)^2+y^2=(2*a)^2}, {x, y}));
{ y = 1.0420 a, x = 0.70711 a }

```

[Die gesuchte Laenge betraegt 0.71 a.

4. Kreise

Aufgabe

Zwei Kreise haben den gleichen Radius r und schneiden sich so, dass der eine Kreis durch das Zentrum des anderen laeuft.

Bestimmen Sie den Inhalt der Schnittflaeche der beiden Kreise in Abhaengigkeit des Radius' r .

Loesung

r = Radius der Kreise

A = gesuchter Inhalt der Schnittflaeche

A_1 = Flaecheninhalte des Kreissegmentes, welches bestimmt ist durch die beiden Schnittpunkte der Kreise und dem Kreisbogen zwischen den Schnittpunkten

A_s = Flaecheninhalte des Kreissektors, welcher durch den Mittelpunkt eines Kreises und die beiden Schnittpunkte der Kreise bestimmt ist

A_d = Flaecheninhalte des Dreiecks, welches durch den Mittelpunkt eines Kreises und die beiden Schnittpunkte der Kreise bestimmt ist.

A_k = Flaecheninhalte eines der beiden Kreise

h = Laenge der Strecke zwischen den beiden Schnittpunkten der Kreise

> **restart:**

Digits:=5:

> **evalf(solve({A=2*A1,**

A1=As-Ad,

As=(120/360)*Ak,

Ak=r^2*Pi,

Ad=((r/2)*h)/2,

(r/2)^2+h^2=r^2},{A,A1,As,Ad,Ak,h}));

{

$h = 0.86605 r, Ad = 0.21651 r^2, A = 1.6614 r^2, A_1 = 0.83071 r^2, A_k = 3.1416 r^2, A_s = 1.0472 r^2$

}

[Der gesuchte Flaecheninhalte betraegt $1.66 r^2$.