

## Aufgaben 2                      Vektoren Skalarprodukt

### Lernziele

- das Skalarprodukt zweier Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, bestimmen können.
- die Rechengesetze des Skalarproduktes anwenden können.
- das Skalarprodukt zur Lösung von konkreten Problemstellungen anwenden können.

### Aufgaben

- 2.1      Papula 1: 137/10 (129/10), 137/11 (129/11), 138/17 (130/17), 138/20

Bemerkungen:

- "Papula 1" bedeutet: Lehrbuch Papula, Band 1, 12. Auflage
- "137/10" bedeutet: Seite 137, Aufgabe 10
- Die Angaben in Klammern beziehen sich auf die 10. und 11. Auflage des Buches.

- 2.2      Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge ein Rechteck bilden:

$$A(7|6|3) \qquad B(4|10|1) \qquad C(-2|6|2) \qquad D(1|2|4)$$

- 2.3      Bestimmen Sie den Wert von k, damit die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  orthogonal werden, d.h. senkrecht aufeinander stehen:

$$\text{a) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3k \\ -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \\ 2k \end{pmatrix}$$

- 2.4      Gegeben sind die drei Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$ :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Wert von k, damit gilt:

$$(\vec{a} + k \cdot \vec{b}) \perp \vec{c}$$

- 2.5      Mit  $\overrightarrow{AB}_{(CD)}$  sei derjenige Vektor bezeichnet, den man erhält, wenn man den Vektor  $\overrightarrow{AB}$  senkrecht auf die Gerade (CD) projiziert.

Bestimmen Sie den Vektor  $\overrightarrow{AB}_{(CD)}$ .

$$\text{a) } A(-7|-5), B(0|-4), C(10|1), D(-6|13) \qquad \text{b) } A(1|-2|3), B(5|-8|1), C(2|4|3), D(-1|9|1)$$

- 2.6      Bestimmen Sie die Komponenten eines dreidimensionalen Vektors vom Betrag 20, welcher mit der x-Achse und mit der y-Achse je einen Winkel von  $60^\circ$  einschliesst.

- 2.7      Der Vektor  $\vec{x}$  soll als Summe zweier Vektoren  $\vec{y}$  und  $\vec{z}$  geschrieben werden.  
 $\vec{y}$  soll dabei parallel zu  $\vec{a}$  sein, und  $\vec{z}$  soll senkrecht zu  $\vec{b}$  sein:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie  $\vec{y}$  und  $\vec{z}$ .

## Lösungen

2.1 siehe Papula 1

2.2 ...

Hinweis:

- Drücken Sie die Bedingung, die die Punkte A bis D erfüllen sollen, durch vektorielle Gleichungen aus.

2.3  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

a)  $k = -2$

b)  $k = -1$

2.4  $(\vec{a} + k \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$

$k = 1$

2.5 a)  $\overrightarrow{AB_{(CD)}} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

b)  $\overrightarrow{AB_{(CD)}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

2.6  $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ \sqrt{2} \cdot 10 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -\sqrt{2} \cdot 10 \end{pmatrix}$

Hinweis:

- Fassen Sie die erwähnten Winkel als Zwischenwinkel geeigneter Vektoren auf.

2.7  $\vec{y} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$