

## Zusatz-Aufgaben 4                      Grundlagen der Statik Vektorprodukt

### Lernziele

- wissen und verstehen, wie das Vektorprodukt zweier Vektoren definiert ist.
- den Betrag und die Richtung des Vektorproduktes zweier Vektoren geometrisch aus deren Beträgen und Richtungen bestimmen können.
- den Betrag des Vektorproduktes zweier Vektoren aus deren Beträgen und Zwischenwinkel berechnen können.

### Aufgaben

4.1 Gegeben sind die beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ . Bearbeiten Sie jeweils die folgenden Teilaufgaben:

- Zeichnen Sie die beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  in ein kartesisches Koordinatensystem ein.
- Zeichnen Sie das Vektorprodukt  $\vec{a} \times \vec{b}$  mit richtiger Richtung und richtigem Betrag ein.
- Geben Sie das Vektorprodukt  $\vec{a} \times \vec{b}$  in der Form  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$  an.

a)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	b)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
c)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	d)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
e)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	f)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
g)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$	h)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
i)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	j)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
k)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	l)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

4.2 Gegeben sind die Beträge  $|\vec{a}|$  und  $|\vec{b}|$  der beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sowie der Winkel  $\varphi$  zwischen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ . Bestimmen Sie den Betrag  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  des Vektorproduktes  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

- |    |                 |                 |                       |
|----|-----------------|-----------------|-----------------------|
| a) | $ \vec{a}  = 2$ | $ \vec{b}  = 2$ | $\varphi = 90^\circ$  |
| b) | $ \vec{a}  = 3$ | $ \vec{b}  = 4$ | $\varphi = 0^\circ$   |
| c) | $ \vec{a}  = 1$ | $ \vec{b}  = 2$ | $\varphi = 30^\circ$  |
| d) | $ \vec{a}  = 2$ | $ \vec{b}  = 1$ | $\varphi = 120^\circ$ |
| e) | $ \vec{a}  = 3$ | $ \vec{b}  = 2$ | $\varphi = 180^\circ$ |

4.3 (siehe nächste Seite)

- 4.3 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.  
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren ...

	wahr	falsch
a) ... ist immer ein Vektor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) ... ist der Nullvektor, falls die beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) ... besitzt einen Betrag, der höchstens gleich eins ist, falls die beiden Vektoren Einheitsvektoren sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) ... ist gleich dem Produkt der Beträge beider Vektoren mal der Sinus des Zwischenwinkels.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) ... ist unabhängig davon, in welcher Reihenfolge man die beiden Vektoren multipliziert, d.h. es gilt $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Lösungen

4.1 a)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$       b)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

c)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$       d)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

e)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$       f)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

g)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$       h)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

i)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$       j)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

k)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$       l)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$

4.2 a)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 4$

b)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 0$

c)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 1$

d)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3}$

e)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 0$

- 4.3 a) wahr
- b) falsch
- c) wahr
- d) falsch
- e) falsch