Formelsammlung A (auswendig)

(Version 27.8.2015)

Grundlagen Algebra

Binomische Formeln

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Grundlagen Geometrie

Fläche Rechteck $A = l \cdot b$

Fläche Dreieck $A = \frac{g \cdot h}{2}$

Fläche Kreis $A = r^2 \cdot \pi$

Umfang Kreis $U = 2 \cdot r \cdot \pi$

Volumen Quader $V = l \cdot b \cdot h$

Volumen Prisma / Zylinder $V = A_G \cdot h$

Volumen Pyramide / Kegel $V = \frac{A_G \cdot h}{3}$

Volumen Kugel $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$

Oberfläche Kugel $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

Satz von Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$

Trigonometrische Grundfunktionen

Definitionen am Einheitskreis

$\cos(\varphi) := e_x$

$\sin(\varphi) := e_y$

$\tan(\varphi) := \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$

$\cot(\varphi) := \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}$

im rechtwinkligen Dreieck

$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$

$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$

$\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

$\cot(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

Trigonometrischer Pythagoras $\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$

Vektoren

Betrag $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}$

Skalarprodukt

Definition $\vec{a} \cdot \vec{b} := |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\varphi)$

mit Koordinaten $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \ldots + a_n \cdot b_n$

Rechengesetze $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

$(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \neq \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

$(k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = k \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$

Vektorprodukt

Definition (Richtung) …

Definition (Betrag) $|\vec{a} \text{ x } \vec{b}| := |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\varphi)$

mit Koordinaten $\vec{a} \text{ x } \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$

Rechengesetze $\vec{a} \text{ x } \vec{b} = -(\vec{b} \text{ x } \vec{a})$

$(\vec{a} \text{ x } \vec{b}) \text{ x } \vec{c} \neq \vec{a} \text{ x } (\vec{b} \text{ x } \vec{c})$

$\vec{a} \text{ x } (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \text{ x } \vec{b} + \vec{a} \text{ x } \vec{c}$

$(k \cdot \vec{a}) \text{ x } \vec{b} = k \cdot (\vec{a} \text{ x } \vec{b})$

Analytische Geometrie

Gerade

Parameterdarstellung $\vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda \cdot \vec{a}$

Koordinatendarstellung (2-dim.) $\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1) = 0$ bzw. $n_x \cdot x + n_y \cdot y + c = 0$

Ebene

Parameterdarstellung $\vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda \cdot \vec{a} + \mu \cdot \vec{b}$

Koordinatendarstellung $\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1) = 0$ bzw. $n_x \cdot x + n_y \cdot y + n_z \cdot z + d = 0$

Kreis $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Funktionen

Funktionsgrafen

lineare Funktion	$f(x) = ax + b$	$(a\in\mathbb{R}\backslash\{0\},\ b\in\mathbb{R})$
quadratische Funktion	$f(x) = x^2$	
	$f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$	$(a\in\mathbb{R}\backslash\{0\},\ x_0\in\mathbb{R},\ y_0\in\mathbb{R})$
Potenzfunktion	$f(x) = x^n$	$(n\in\mathbb{N})$
	$f(x) = x^{-n}$	$(n\in\mathbb{N})$
Wurzelfunktion	$f(x) = \sqrt[n]{x}$	$(n\in\mathbb{N})$
Trig. Funktionen	$f(x) = \sin(x)$	
	$f(x) = \cos(x)$	
	$f(x) = \tan(x)$	
Exponentialfunktion	$f(x) = a^x$	$(a\in\mathbb{R}^+\backslash\{1\})$
Logarithmusfunktion	$f(x) = \log_a(x)$	$(a\in\mathbb{R}^+\backslash\{1\})$

Logarithmengesetze

$$\log_a(u\cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$$

$$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$$

$$\log_a\left(u^v\right) = v\cdot \log_a(u)$$

Grenzwert

Grenzwertsätze

$$\lim_{x\to x_0}(c \cdot f(x)) = c \cdot \lim_{x\to x_0} f(x)$$

$$\lim_{x\to x_0}(f_1(x) \pm f_2(x)) = \lim_{x\to x_0} f_1(x) + \lim_{x\to x_0} f_2(x)$$

$$\lim_{x\to x_0}(f_1(x) \cdot f_2(x)) = \lim_{x\to x_0} f_1(x) \cdot \lim_{x\to x_0} f_2(x)$$

$$\lim_{x\to x_0}\left(\frac{f_1(x)}{f_2(x)}\right) = \frac{\lim_{x\to x_0} f_1(x)}{\lim_{x\to x_0} f_2(x)}$$

$$\lim_{x\to x_0} g(f(x)) = g\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\right)$$

Stetigkeit bei $x = x_0$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$$

Folge

arithmetisch: $a_n = a_1 + (n - 1)\cdot d$

geometrisch: $a_n = a_1\cdot q^{n-1}$