

Klausur Mathematik 1 / BG / 27.1.2012

Name: Punkte: Note:

Dauer: **90 Minuten**

Hilfsmittel: **- Formelsammlung B**

Bemerkungen: **- Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg vollständig, übersichtlich und verständlich dokumentiert werden.**
- Die Aufgaben sind (mit Ausnahme der Aufgabe 1) auf den beiliegenden leeren Blättern zu bearbeiten.

1. Bearbeiten Sie die folgenden Kurzaufgaben. Schreiben Sie die Endresultate direkt hier auf das Aufgabenblatt. Zwischenschritte werden nicht bewertet.

a) $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \dots\dots\dots$

b) $\log_3\left(\left(\frac{1}{27}\right)^{-33}\right) = \dots\dots\dots$

c) Das allgemeine Bildungsgesetz für eine arithmetische Folge $\langle a_n \rangle$ lautet: $a_n = \dots\dots\dots$

d) Skizzieren Sie den Grafen der folgenden Funktion:

$$\begin{array}{l} f: \quad \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow y = f(x) = x^{-3} \end{array}$$

- e) Skizzieren Sie den Grafen der folgenden Funktion:

$$f: \begin{cases} x: x \in \mathbb{R} \wedge \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \\ x \end{cases} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow y = f(x) = \tan(x)$$

5 Punkte

2. Beurteilen Sie auf geeignete Weise, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^n}$

Hinweis:

- Es gilt: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$

5 Punkte

3. Von einer quadratischen Funktion f seien die drei folgenden Funktionswerte bekannt:

$$f(0) = -1 \quad f(1) = \frac{1}{2} \quad f(2) = 1$$

Zudem sei das Intervall $0 \leq x \leq 2$ eine Teilmenge des Definitionsbereiches.

- a) Legen Sie einen Definitions- und einen Zielbereich so fest, dass f bijektiv wird.
b) Bestimmen Sie für die nun eindeutig festgelegte bijektive Funktion f die Umkehrfunktion f^{-1} (Definitionsbereich, Zielbereich, Funktionsgleichung).

5 Punkte

4. Vor einigen Jahren wurde auf dem Dach eines neu erstellten Gebäudes eine Solaranlage in Betrieb genommen. Die gewonnene Energiemenge entwickelt sich jedoch nicht nach den ursprünglichen Erwartungen: Im ersten Betriebsjahr betrug sie $W_1 = 100'000$ kWh. Dann nahm sie aber jährlich um $p = 5\%$ ab. Es wird damit gerechnet, dass sich diese Entwicklung über die ganze Betriebszeit der Anlage fortsetzen wird.

a) Bestimmen Sie die Energiemenge, die die Solaranlage während ihrer ganzen Betriebszeit insgesamt höchstens liefern wird.

b) Man könnte die im n -ten Jahr ($n \geq 1$) gewonnene Energiemenge W_n mit einer Exponentialfunktion modellieren:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, n \rightarrow W_n = f(n) = c \cdot e^{-\lambda \cdot (n-1)}$$

Drücken Sie den Faktor c und die Zerfallskonstante λ algebraisch in Abhängigkeit der Grössen W_1 und p aus.

5 Punkte