

# Unbestimmtes Integral

Bsp.: Finanzmathematik

Gegeben ist die Grenzkostenfunktion  $K'$  für die Produktion einer Ware:

$$K'(x) = 3x + 50$$

Wie lautet die Gesamtkostenfunktion  $K$ ?

$$K(x) = \dots ?$$

## Allgemeine Problemstellung

Gegeben ist eine Funktion  $f$ . Welche Funktion  $F$  ist so, dass  $F' = f$ ?

Bsp.:  $f(x) = 2x$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & F_1(x) = x^2 && \text{da } F_1'(x) = 2x = f(x) \\ & F_2(x) = x^2 + 1 && \text{da } F_2'(x) = 2x + 0 = 2x = f(x) \\ & F_3(x) = x^2 - 4 && \text{da } F_3'(x) = 2x + 0 = 2x = f(x) \\ & \dots && \\ & F(x) = x^2 + C \quad (C \in \mathbb{R}) && \text{da } F'(x) = 2x + 0 = 2x = f(x) \end{aligned}$$

$$f(x) = 8x^3$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & F_1(x) = 2x^4 && \text{da } F_1'(x) = 8x^3 = f(x) \\ & F_2(x) = 2x^4 + 5 && \text{da } F_2'(x) = 8x^3 + 0 = 8x^3 = f(x) \\ & F_3(x) = 2x^4 - 11 && \text{da } F_3'(x) = 8x^3 + 0 = 8x^3 = f(x) \\ & \dots && \\ & F(x) = 2x^4 + C \quad (C \in \mathbb{R}) && \text{da } F'(x) = 8x^3 + 0 = 8x^3 = f(x) \end{aligned}$$

## Definitionen

$F$  heisst **Stammfunktion** von  $f$ , falls ihre Ableitung  $F'$  gleich  $f$  ist, d.h.  $F'(x) = f(x)$ .

Die Menge aller Stammfunktionen der Funktion  $f$  heisst **unbestimmtes Integral** von  $f$ , bezeichnet mit  $\int f(x) dx$ .

Bsp.:  $f(x) = 8x^3$

Die Funktionen  $F_1, F_2, F_3, \dots$  mit  $F_1(x) = 2x^4, F_2(x) = 2x^4 + 5, F_3(x) = 2x^4 - 11, \dots$  sind alles Stammfunktionen von  $f$ .

Wir schreiben daher  $\int f(x) dx = \int 8x^3 dx = 2x^4 + C$

$$f(x) = 12x^2$$

$$\int f(x) dx = \int 12x^2 dx = 4x^3 + C$$

$$\int 2x dx = x^2 + C$$

$$\int 3 e^{3x} dx = e^{3x} + C$$

$C (C \in \mathbb{R})$  heisst **Integrationskonstante**.