

## Übung 10                      **Fourier-Transformation** **Bestimmung der Fourier-Transformierten**

### Lernziel

- die Fourier-Transformierte einer einfacheren aperiodischen Funktion von Hand und mit Hilfe einer Integraltabelle bestimmen können.

### Aufgaben

1. Gegeben ist die aperiodische Funktion  $x(t)$ .
  - i) Skizzieren Sie den Grafen von  $x(t)$ .
  - ii) Bestimmen Sie die zu  $x(t)$  gehörige Fourier-Transformierte  $X(\omega)$  von Hand und mit Hilfe einer Integraltabelle.
  - iii) Skizzieren Sie ...
    - ... den Grafen von  $X(\omega)$ , falls  $X(\omega)$  eine reellwertige Funktion ist.
    - ... die Grafen von  $|X(\omega)|$  und  $\arg(X(\omega))$ , falls  $X(\omega)$  eine komplexwertige Funktion ist.
  - a) 
$$x(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < T_1) \\ 0 & (|t| > T_1) \end{cases} \quad (T_1 > 0)$$
  - b)  $x(t) = e^{-at} \cdot u(t) \quad (a \in \mathbb{R})$   
Unterscheiden Sie die drei Fälle  $a > 0$ ,  $a = 0$  und  $a < 0$ .
  - c)  $x(t) = e^{-a|t|} \quad (a > 0)$
2. \* Erstellen Sie mit dem Computerprogramm **MAPLE** ein File, mit welchem die Fourier-Transformierte  $X(\omega)$  einer aperiodischen Funktion  $x(t)$  bestimmt werden kann.  
Das MAPLE-File sollte die folgenden Anforderungen erfüllen:
  - Wahl einer beliebigen aperiodischen Funktion  $x(t)$  durch den Anwender
  - Aufzeichnen des Grafen von  $x(t)$
  - Berechnung der Fourier-Transformierten  $X(\omega)$
  - Berechnung von Betrag  $|X(\omega)|$  und Argument  $\arg(X(\omega))$  der Fourier-Transformierten
  - Aufzeichnen der Grafen von Betrag  $|X(\omega)|$  und Argument  $\arg(X(\omega))$  der Fourier-Transformierten
  - (evtl. weitere von Ihnen formulierte Anforderungen)

### Lösungen

1. a) i) ...
- ii) 
$$X(\omega) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{2T_1} \quad (\omega \neq 0)$$

$$= 2T_1 \operatorname{sinc}(\omega T_1) \quad \text{mit} \quad \operatorname{sinc}(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$$
- iii)  $X(\omega)$  reellwertig Graf von  $X(\omega)$
- b) i) ...
- ii)  $a > 0$ :  $X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega}$   
 $a = 0$ :  $X(\omega)$  existiert nicht
- iii)  $X(\omega)$  komplexwertig Grafen von  $|X(\omega)|$  und  $\arg(X(\omega))$   
 $a > 0$ :  $|X(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega^2}}$   
 $\arg(X(\omega)) = -\arctan\left(\frac{\omega}{a}\right)$
- c) i) ...
- ii)  $X(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
- iii)  $X(\omega)$  reellwertig Graf von  $X(\omega)$

2. \* Ein MAPLE-Muster-File finden Sie unter:  
<http://telecom.tlab.ch/~borer> Mathematik Unterlagen (...)

### Integraltafel

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C \quad (a \neq 0)$$