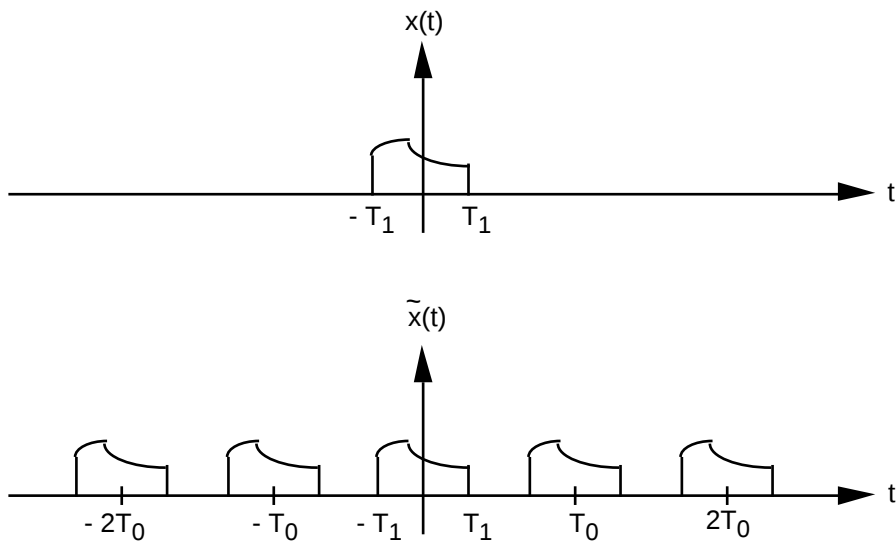


Fourier-Transformierte und Fourier-Integral

Fourier-Integral als Grenzwert einer Fourier-Reihe

Aperiodische Funktion bzw. aperiodisches Signal $x(t)$ von endlicher Dauer:



$$x(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \tilde{x}(t)$$

Fourier-Reihe von $\tilde{x}(t)$:

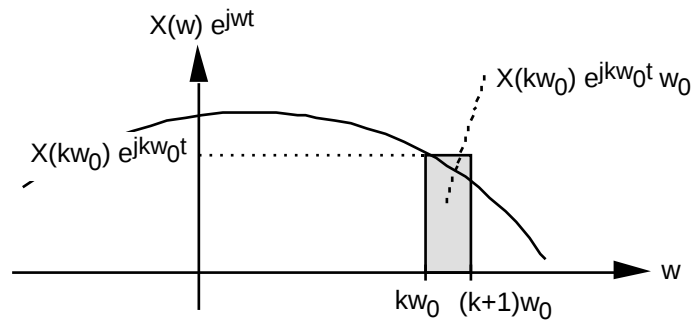
$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \end{aligned}$$

$$\text{Def.: } X(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{1}{T_0} X(k\omega_0)$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= \dot{\hat{A}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} X(kw_0) e^{jkw_0 t} \\ &= \dot{\hat{A}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{w_0}{2\pi} X(kw_0) e^{jkw_0 t} \\ &= \frac{1}{2\pi} \dot{\hat{A}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(kw_0) e^{jkw_0 t} w_0\end{aligned}$$



Fourier-Reihe von $\tilde{x}(t)$:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\hat{A}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(kw_0) e^{jkw_0 t} w_0$$

↓ $T_0 \rightarrow \infty \quad \text{bzw. } w_0 \rightarrow 0$

Fourier-Integral von $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\hat{U}} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) e^{jw t} dw$$

Fourier-Transformierte und Fourier-Integral

Aperiodische Funktion bzw. aperiodisches Signal $x(t)$:

$X(w) := \dot{\hat{U}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-jw t} dt$	Fourier-Transformierte von $x(t)$
$x(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\hat{U}} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) e^{jw t} dw$	Fourier-Integral von $x(t)$