

## Übung 25                      z-Transformation Bestimmung der z-Transformierten

### Lernziel

- die z-Transformierte einer einfacheren zeitdiskreten Funktion von Hand bestimmen können.

### Aufgabe

Bestimmen Sie für die gegebene zeitdiskrete Funktion  $x[n]$

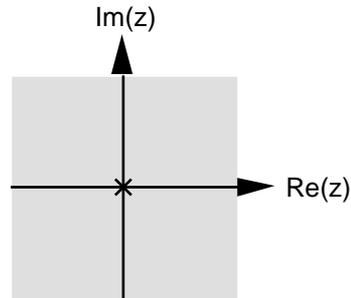
- den algebraischen Ausdruck für die z-Transformierte  $X(z)$ .
- den Konvergenzbereich von  $X(z)$ .
- den Pol bzw. die Pole von  $X(z)$ .
- eine grafische Darstellung des Konvergenzbereiches und des Pols bzw. der Pole.

- a)  $x[n] = [n-1]$
- b)  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n [n]$
- c)  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n [-n]$
- d)  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n ([n] - [n-10])$
- e)  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$

**Lösungen**

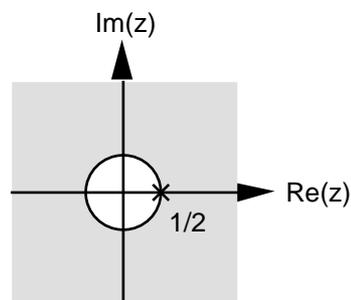
a)  $X(z) = z^{-1} = \frac{1}{z}$   $|z| > 0$

Pol bei  $z=0$



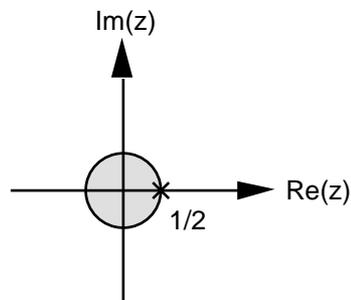
b)  $X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} = \frac{z}{z - \frac{1}{2}}$   $|z| > \frac{1}{2}$

Pol bei  $z = \frac{1}{2}$



c)  $X(z) = -\frac{1}{2} \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} = -\frac{1}{2} \frac{1}{z - \frac{1}{2}}$   $|z| < \frac{1}{2}$

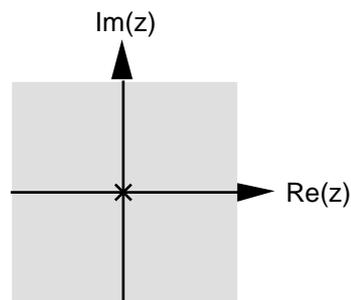
Pol bei  $z = \frac{1}{2}$



d)  $X(z) = \frac{1 - (2z)^{-10}}{1 - (2z)^{-1}}$   $\left( \begin{array}{l} |z| > 0 \\ z = \frac{1}{2} \end{array} \right) = \frac{z^{10} \left( \frac{1}{2} \right)^{10}}{z^9 \left( z - \frac{1}{2} \right)}$   $\left( \begin{array}{l} |z| > 0 \\ z = \frac{1}{2} \end{array} \right)$   
 $10 \quad \left( z = \frac{1}{2} \right)$

Pol bei  $z=0$

(Pol und Nullstelle bei  $z = \frac{1}{2}$  heben sich auf.)



e) 
$$X(z) = -\frac{3}{2} \frac{z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)(1 - 2z^{-1})} = -\frac{3}{2} \frac{z}{\left(z - \frac{1}{2}\right)(z - 2)} \quad \frac{1}{2} < |z| < 2$$

