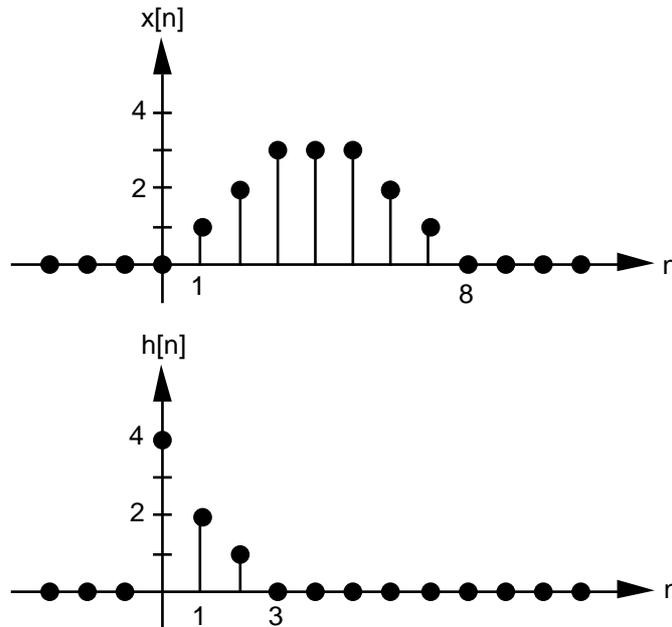


## Repetitions-Übung 2      Fourier-Transformation für Abtastsignale, Diskrete Fourier-Transformation

### Aufgaben

1. (Klausur 19.5.2003)

Gegeben sind die Grafen des Eingangssignals  $x[n]$  und der Impulsantwort  $h[n]$  eines LTD-Systems:



Bestimmen Sie das Ausgangssignal  $y[n]$ .

2. (Klausur 19.5.2003)

Gegeben ist die folgende zeitdiskrete Funktion  $x[n]$ :

$$x[n] = 2 e^{-3n} \sin(4n+5)$$

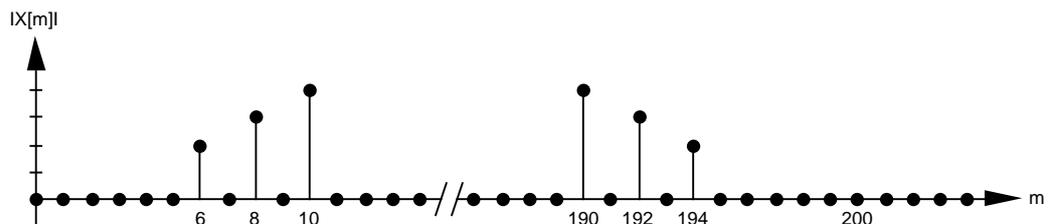
Machen Sie zwei Vorschläge für eine zeitkontinuierliche Funktion  $x(t)$  und eine Abtastperiode  $T_A$ , so dass die Abtastung von  $x(t)$  mit der Abtastperiode  $T_A$  gerade  $x[n]$  ergibt.

3. (Klausur 19.5.2003)

Das folgende zeitkontinuierliche Signal  $x(t)$  soll mit Hilfe der DFT analysiert werden:

$$x(t) = 2 \cdot \sin(2 \cdot 3000 \cdot t) + 3 \cdot \sin(2 \cdot 4000 \cdot t) + 4 \cdot \sin(2 \cdot 5000 \cdot t)$$

Die DFT-Analyse zeigt das folgende Ergebnis:

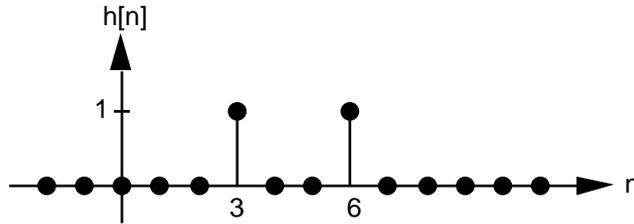


Bestimmen Sie die Abtastperiode  $T_A$ , mit welcher das Signal  $x(t)$  abgetastet wurde.

4. (siehe Seite 2)

4. (Klausur 22.8.2001)

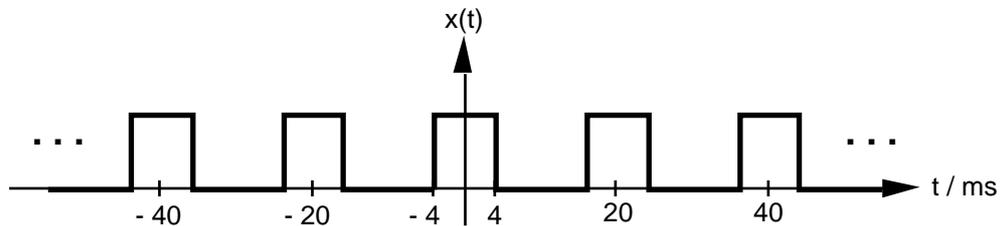
Gegeben ist der Graf der Impulsantwort  $h[n]$  eines LTD-Systems:



Bestimmen Sie den zum Eingang  $x[n] = \sin\left(\frac{2}{3}n\right)$  gehörigen Ausgang  $y[n]$ .

5. (Klausur 22.8.2001)

Der Graf eines zeitkontinuierlichen Signals  $x(t)$  sieht wie folgt aus:



Das Signal  $x(t)$  soll nun ideal abgetastet werden.

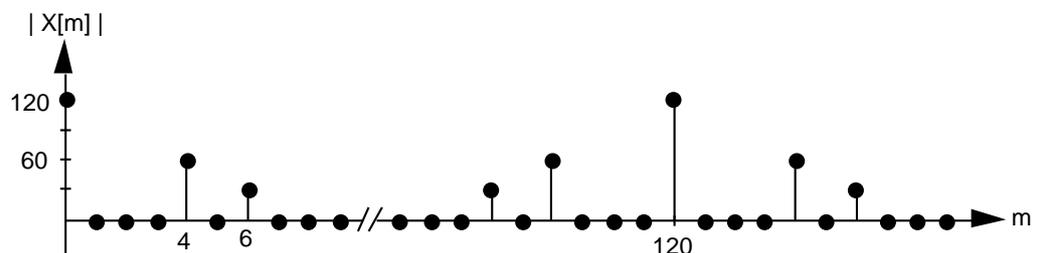
Bestimmen Sie, in welchem Bereich die Abtastperiode liegen muss, damit das Signal später wieder fehlerfrei rekonstruiert werden kann.

6. (Klausur 22.8.2001)

Ein zeitkontinuierliches, periodisches Signal  $x(t)$  mit der Grundperiode  $T_0 = 6$  wird gefenstert und abgetastet (Fensterlänge  $N = 120$ , Abtastperiode  $T_a = 0.1$ ). Dabei werde das Abtasttheorem erfüllt.

Das so erhaltene zeitdiskrete Signal wird der diskreten Fourier-Transformation (DFT) unterzogen.

Die folgende Grafik zeigt einen Ausschnitt des Betrages  $|X[m]|$  der Transformierten  $X[m]$ . Für das Argument  $\arg(X[m])$  gelte  $\arg(X[m]) = 0$ .



- Zeichnen Sie  $|X[m]|$  für den Fall, dass  $N$  nur halb so gross gewesen wäre (bei gleichem  $T_a$ ), d.h.  $N = 60$ .
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung  $x(t) = \dots$  des Signals  $x(t)$ .

## Lösungen

1.  $y[n] = 0 \quad (n = 0 \dots n = 10)$

$$y[1] = 4$$

$$y[2] = 10$$

$$y[3] = 17$$

$$y[4] = 20$$

$$y[5] = 21$$

$$y[6] = 17$$

$$y[7] = 11$$

$$y[8] = 4$$

$$y[9] = 1$$

2. z.B.  $T_A = 1$   
 $x(t) = 2 e^{-3t} \sin(4t+5)$

$$T_A = 2$$
$$x(t) = 2 e^{-(3/2)t} \sin(2t+5)$$

3.  $T_A = 10 \mu\text{s}$

4.  $y[n] = 2 \sin\left(\frac{2}{3} n\right)$

5. Das Abtasttheorem ist mit keiner noch so kleinen Abtastperiode vollständig erfüllbar. Daher ist eine genaue Rekonstruktion unmöglich.

6. a) Die Ausschläge befinden sich nun bei  $m = \dots, 0, 2, 3, 57, 58, 60, 62, 63, \dots$  (statt wie vorher bei  $m = \dots, 0, 4, 6, 114, 116, 120, 124, 126, \dots$ ) und sind halb so hoch wie vorher.

b)  $x(t) = 1 + \cos\left(\frac{2}{3} t\right) + \frac{1}{2} \cos(t)$