

Übung 31 LTD-System Übertragungsfunktion $H(z)$ Differenzgleichung

Lernziele

- aus der Differenzgleichung eines LTD-Systems die dazugehörige Übertragungsfunktion herleiten können.
- aus der Übertragungsfunktion eines LTD-Systems die dazugehörige Differenzgleichung herleiten können.
- eine Differenzgleichung mit konstanten Koeffizienten rekursiv lösen können.

Aufgaben

1. Leiten Sie aus der gegebenen Differenzgleichung eines LTD-Systems die dazugehörige Übertragungsfunktion $H(z)$ her:

a) $y[n] - \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n] - 2x[n-1]$

b) $y[n] = \frac{1}{2}x[n] + 3x[n-1] + 2y[n-1] - \frac{1}{3}y[n-2] + \frac{1}{4}y[n-3]$

2. Leiten Sie aus der gegebenen Übertragungsfunktion $H(z)$ die dazugehörige Differenzgleichung her.

- a) Finden Sie zuerst die Methode, d.h. wie man allgemein aus $H(z)$ die Differenzgleichung gewinnt.
Beschreiben Sie die Methode in ein paar deutschen Sätzen.

b) $H(z) = \frac{1 - z^{-1} - 5z^{-2} - 3z^{-3}}{1 - 3z^{-1}}$

c) $H(z) = \frac{3z^3 - z^2 + 4z}{2z^3 + 3z^2 - 5z - 1}$

d) $H(z) = 1 + 2z^{-1} + z^{-2}$

3. Gegeben ist die folgende Differenzgleichung

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

Lösen Sie die Differenzgleichung für den Eingang $x[n] = [n]$ mit Hilfe der rekursiven Methode für den angegebenen Anfangswert.

- a) $y[-1] = 1$
b) $y[-1] = 2$
c) $y[\dots] = \dots$ (eigenen Anfangswert vorgeben)

Lösungen

1. a)
$$H(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

b)
$$H(z) = \frac{\frac{1}{2} + 3z^{-1}}{1 - 2z^{-1} + \frac{1}{3}z^{-2} - \frac{1}{4}z^{-3}}$$

2. a) ...

b)
$$y[n] - 3y[n-1] = x[n] - x[n-1] - 5x[n-2] - 3x[n-3]$$

c)
$$2y[n] + 3y[n-1] - 5y[n-2] - y[n-3] = 3x[n] - x[n-1] + 4x[n-2]$$

d)
$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2]$$

3. a)
$$y[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n & (n < 0) \\ \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n & (n \geq 0) \end{cases}$$

b)
$$y[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & (n < 0) \\ 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n & (n \geq 0) \end{cases}$$

c) ...