

Aufgaben 4 **Lineare Funktion und Gleichungen** **Lineare Funktion, Einfacher Zins, Kosten, Ertrag, Gewinn, -schwelle**

Lernziele

- eine Beziehung zwischen zwei Grössen als Funktion verstehen können.
- den Definitionsbereich, Zielbereich, Wertebereich einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- den Grafen einer gegebenen linearen Funktion zeichnen können.
- die Steigung und den Achsenabschnitt einer linearen Funktion bestimmen können.
- einige Beispiele von linearen Funktionen aus Wirtschafts- und Alltagsanwendungen kennen.
- den Begriff "einfacher Zins" kennen und verstehen.
- Berechnungen für die einfache Verzinsung ausführen können.
- die Begriffe "Fixkosten", "variable Kosten", "Gesamtkosten", "Ertrag", "Gewinn" und "Gewinnschwelle" kennen und verstehen.
- das Konzept der linearen Funktion in einem neuen Problem anwenden können.

Aufgaben

4.1 Ein Taxifahrer verlangt den folgenden Tarif:

8 CHF plus 1 CHF pro Kilometer

Fassen Sie den Tarif als eine Funktion f auf.

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich D , den Zielbereich B und den Wertebereich W der Funktion.
- Zeichnen Sie den Grafen der Funktion f .

4.2 Der in der Aufgabe 4.1 beschriebene Taxitarif kann als lineare Funktion aufgefasst werden, welche jedem Fahrweg x (in km) einen Fahrpreis y (in CHF) zuordnet:

$$f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x \quad y = f(x) = ax + b$$

Bestimmen Sie die Werte von a und b .

4.3 Finden Sie mindestens zwei weitere Beispiele linearer Funktionen aus der Wirtschaft und dem Alltag.

4.4 Zeichnen Sie die Grafen der folgenden Funktionen, und bestimmen Sie sowohl die Steigung als auch den Achsenabschnitt:

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \quad y = f(x) = -2$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \quad y = f(x) = 3x - 4$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \quad y = f(x) = -x + 3$

4.5 Ein Kapital von 5000 CHF wird einfach verzinst mit dem Zinssatz 0.5%.

- Bestimmen Sie das Kapital nach zehn Jahren.
- Bestimmen Sie sowohl die Steigung als auch den Achsenabschnitt der entsprechenden linearen Funktion.

4.6 Ein Mobiltelefonunternehmen bietet drei verschiedene Tarife an:

- Tarif A: monatliche Grundgebühr von 10 CHF plus 0.20 CHF pro Minute
Tarif B: monatliche Grundgebühr von 25 CHF plus 0.10 CHF pro Minute
Tarif C: keine Grundgebühr, 0.60 CHF pro Minute

Fassen Sie die drei Tarife als lineare Funktionen auf.

- Zeichnen Sie die Grafen der drei Funktionen in ein einziges Koordinatensystem.
- Bestimmen Sie die Gesamtgebühr für alle drei Tarife bei einer monatlichen Gesprächsdauer von 1 Stunde.
- Für welche monatliche Gesprächsdauer ist der Tarif A günstiger als der Tarif C?
- Für welche monatliche Gesprächsdauer ist der Tarif B günstiger als der Tarif A?

4.7 Wirtschaft: Kosten

Raggs AG, eine Bekleidungsfirma, hat **Fixkosten** von 10'000 CHF pro Jahr. Diese Kosten wie Miete, Unterhalt, usw. müssen bezahlt werden unabhängig davon, wieviel die Firma produziert. x Stück eines bestimmten Kleides herzustellen kostet, zusätzlich zu den Fixkosten, 20 CHF pro Kleid. Dies bedeutet, dass die **variablen Kosten** für die Herstellung von x Kleidern $20x$ CHF beträgt. Diese Kosten hängen also von der Produktionsmenge ab und stammen von Material, Gehältern, Öl, usw. ab. Die **Gesamtkosten** $C(x)$ für die Produktion von x Kleidern ist gegeben durch eine Funktion K :

$$C(x) = (\text{Variable Kosten}) + (\text{Fixkosten}) = 20x + 10'000$$

- Zeichnen Sie die Grafen der Funktionen für die variablen Kosten, die Fixkosten und die Gesamtkosten.
- Wie hoch sind die Gesamtkosten bei 100 Kleidern? 400 Kleidern?

4.8 Wirtschaft: Gewinn-Verlust-Analyse

Wenn ein Unternehmen ein Stück eines Artikels verkauft, dann erhält es den Preis, den der Käufer bezahlt. Dieser ist normalerweise grösser als die Kosten für die Produktion.

- Der **Ertrag**, den ein Unternehmen erzielt, ist das Produkt der verkauften Stückzahl und dem dafür bezahlten Preis. Wenn also Raggs AG (siehe Aufgabe 4.7) x Kleider zu 80 CHF verkauft, dann ist der Ertrag $R(x)$, in CHF, gegeben durch

$$R(x) = \text{Stückpreis} \cdot \text{verkaufte Stückzahl} = 80x$$

Es sei $C(x) = 20x + 10'000$ (siehe Aufgabe 4.7).

Zeichnen Sie die Grafen der Funktionen R und C ins gleiche Koordinatensystem.

- Der **Gewinn**, den ein Unternehmen erzielt, ist der Betrag, der übrig bleibt, wenn vom Ertrag die Gesamtkosten subtrahiert worden sind. Wenn also $P(x)$ der Gewinn bei x verkauften Stück ist, erhalten wir

$$P(x) = \text{Ertrag} - \text{Gesamtkosten} = R(x) - C(x)$$

Bestimmen Sie $P(x)$ und zeichnen Sie den Grafen der Funktion P in das gleiche Koordinatensystem, welches Sie schon bei a) benützt haben.

- Das Unternehmen erreicht die **Gewinnschwelle** bei derjenigen Stückzahl x , bei welcher $P(x) = 0$ (d.h. kein Gewinn und kein Verlust). Dies gilt für $R(x) = C(x)$.

Finden Sie den Wert x für die Gewinnschwelle.

Answers

- 4.1 a) $D = \mathbb{R}_0^+$ (Distanz/km)
 $B = \mathbb{R}_0^+$ (Fahrpreis/CHF)
 $W = \{y \in \mathbb{R}_0^+ \mid y \geq 8\}$
 b) ...

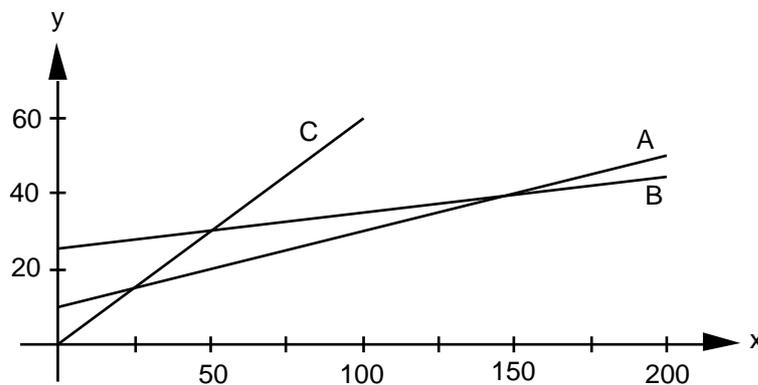
4.2 $a = 1, b = 8$

4.3 ...

- 4.4 a) Steigung $a = 0$, Achsenabschnitt $b = -2$
 b) Steigung $a = 3$, Achsenabschnitt $b = -4$
 c) Steigung $a = -1$, Achsenabschnitt $b = 3$

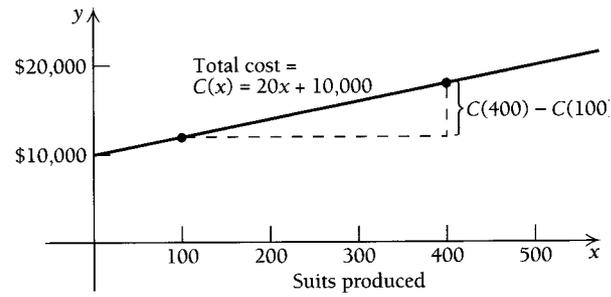
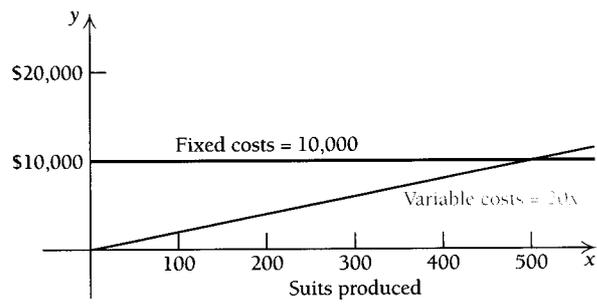
- 4.5 a) 5250 CHF
 b) $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$
 $x \quad y = f(x) = ax + b$
 Steigung $a = 25$, Achsenabschnitt $b = 5000$

- 4.6 a) Tarif A: $A: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$
 $x \quad y = A(x) = 0.2x + 10$
 Tarif B: $B: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$
 $x \quad y = B(x) = 0.1x + 25$
 Tarif C: $C: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$
 $x \quad y = C(x) = 0.6x$
 Direkte Proportionalität: Die Gebühr y ist direkt proportional zur Gesprächsdauer x .



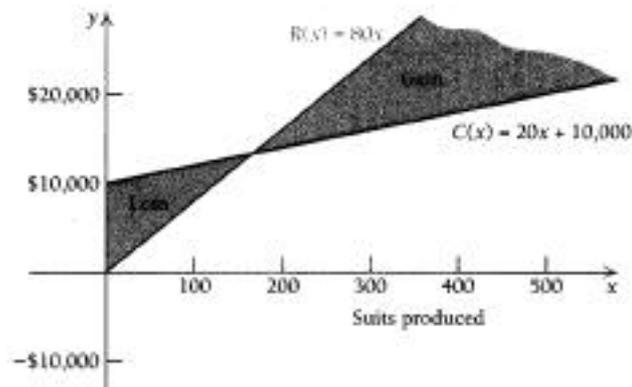
- b) Tarif A: 22 CHF
 Tarif B: 31 CHF
 Tarif C: 36 CHF
 c) über 25 min
 d) über 150 min

4.7 a)

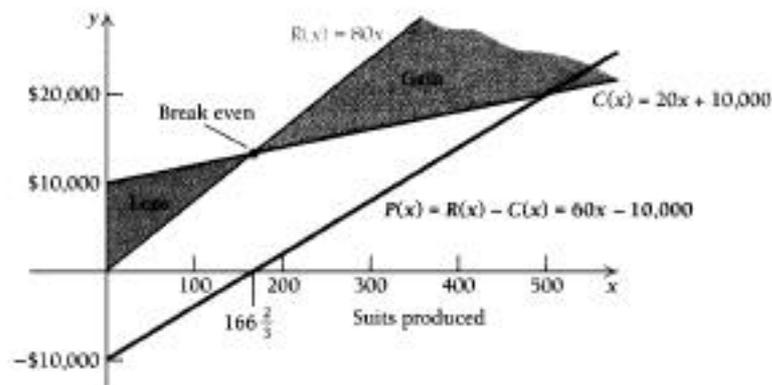


b) $C(100) = 20 \cdot 100 + 10'000 = 12'000$
 $C(400) = 20 \cdot 400 + 10'000 = 18'000$

4.8 a)



b)



c) $x = 166.\bar{6}$ $x = 167$