

Aufgaben 11

Thermodynamik

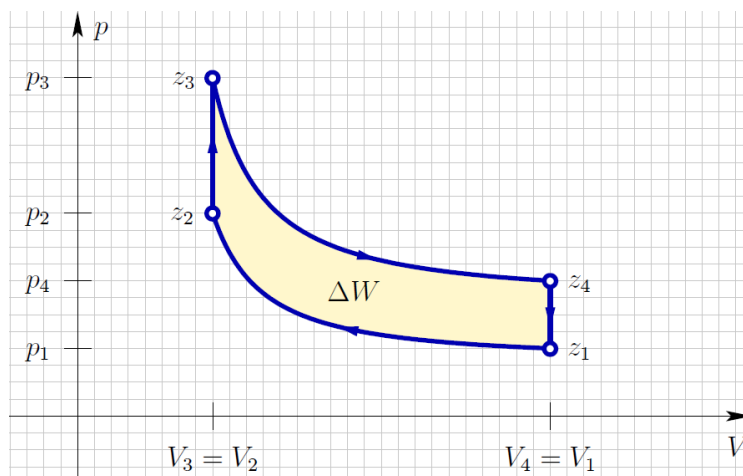
2. Hauptsatz, Wärme-Kraft-Maschine, Wärme-/Kältemaschine

Lernziele

- den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kennen, verstehen und anwenden können.
- wissen, was eine Wärme-Kraft-Maschine ist, und verstehen, wie sie grundsätzlich funktioniert.
- den Wirkungsgrad einer Wärme-Kraft-Maschine kennen, verstehen und bestimmen können.
- wissen, was eine Wärme- und eine Kältemaschine ist, und verstehen, wie sie grundsätzlich funktioniert.
- die Leistungszahl einer Wärmemaschine und einer Kältemaschine kennen, verstehen und bestimmen können.
- wissen und verstehen, was ein Kreisprozess ist.
- einen Kreisprozess eines idealen Gases, der aus isochoren, isobaren, isothermen und adiabatischen Teilprozessen besteht, mit Hilfe der allgemeinen Zustandsgleichung für das ideale Gas und des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik qualitativ und quantitativ analysieren können.
- wissen, wie ein Otto-Motor grundsätzlich funktioniert.
- den Otto-Kreisprozess und dessen Teilprozesse qualitativ und quantitativ analysieren können.
- wissen, wie ein Diesel-Motor grundsätzlich funktioniert.
- den Diesel-Kreisprozess und dessen Teilprozesse qualitativ und quantitativ analysieren können.

Aufgaben

- 11.1 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
16.12, 16.13 (Seite 287)
- 11.2 Ein Gastgeber hat gerade noch eine halbe Stunde Zeit, bis seine Gäste zur Grillparty eintreffen. Entsetzt stellt er fest, dass er keine Eiswürfel für die Getränke hat. Also giesst er schnell 1.00 l Leitungswasser mit 10.0 °C in eine Eisschale und stellt es in das Gefrierfach des Kühlschranks.
- Der Kühlschrank hat laut Herstellerangabe eine Leistungszahl von 5.5 und eine elektrische Leistung von 550 W. Es wird angenommen, dass 10% dieser Leistung zum Kühlen des Wassers in der Eisschale im Gefrierfach genutzt wird.
- Bestimmen Sie, ob die Eiswürfel fertig sind, wenn die Gäste eintreffen.
- 11.3 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
16.14 (Seite 287)
- 11.4 Die Funktionsweise eines **Otto-Motors** wird in grober Näherung durch ein ideales Gas im Zylinder mit Kolben beschrieben. Das ideale Gas durchläuft einen Otto-Prozess (Adiabate, Isochore, Adiabate, Isochore). Das p-V-Diagramm eines Otto-Prozesses ist in der folgenden Skizze dargestellt:



- Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca die Abbildung 16.2 (Seite 615) zur Funktionsweise des Viertakt-Otto-Motors.
- Bestimmen Sie, welche Kolbenbewegungen des realen Viertakt-Otto-Motors durch welche Teilprozesse des Otto-Prozesses beschrieben werden.
- Begründen Sie, warum der Otto-Prozess die Funktionsweise eines Otto-Motors nur in grober Näherung beschreiben kann. Geben Sie an, welche wichtigen Aspekte des realen Otto-Motors dabei nicht berücksichtigt werden.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Adiabatengleichungen die Temperaturen T_2 und T_3 jeweils in Abhängigkeit der Frischlufttemperatur T_1 bzw. Abgastemperatur T_4 , des Adiabatenkoeffizienten κ und des Verdichtungsverhältnisses x_V .

Hinweis:

- Das Verdichtungsverhältnis x_V ist wie folgt definiert:

$$x_V := \frac{V_2}{V_1}$$

- Bestimmen Sie für jeden der vier Teilprozesse die Grössen ΔQ_{ij} , ΔW_{ij} und ΔU_{ij} in Abhängigkeit der Stoffmenge n , der molaren Wärmekapazitäten C_V bzw. C_p und der Temperaturdifferenzen ΔT_{ij} . Geben Sie auch an, welche dieser Energien positiv und welche negativ sind.

Hinweis:

- Überlegen Sie sich zuerst die Vorzeichen (< 0 , $= 0$, > 0) der Grössen ΔQ_{ij} , ΔW_{ij} und ΔU_{ij} .

Verwenden Sie dazu lediglich den ersten Hauptsatz sowie die allgemeine Zustandsgleichung für ideale Gase.

- Zeigen Sie, dass für den Wirkungsgrad des Otto-Prozesses gilt:

$$\eta = 1 - x_V^{\kappa-1}$$

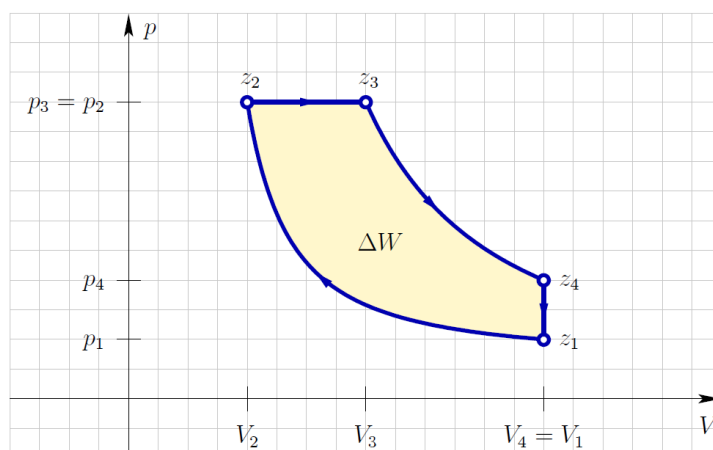
Hinweise:

- Drücken Sie den Wirkungsgrad durch die Grössen Q_w und Q_k aus.

- Überlegen Sie sich, welches ΔQ_{ij} dem Q_w und welches ΔQ_{ij} dem Q_k entspricht.

- Bestimmen Sie, wie gross das Verdichtungsverhältnis eines Otto-Prozesses für Luft im Zylinder mit Kolben mindestens sein müsste, damit die Maschine einen Wirkungsgrad von 50% erreichen kann.

- 11.5 Die Funktionsweise eines **Diesel-Motors** wird in grober Näherung durch ein ideales Gas im Zylinder mit Kolben beschrieben. Das ideale Gas durchläuft einen Diesel-Prozess (Adiabate, Isobare, Adiabate, Isochore). Das p-V-Diagramm eines Diesel-Prozesses ist in der folgenden Skizze dargestellt:



- Bestimmen Sie, welche Kolbenbewegungen des realen Viertakt-Diesel-Motors durch welche Teilprozesse des Diesel-Prozesses beschrieben werden.
- Begründen Sie, warum der Diesel-Prozess die Funktionsweise eines Diesel-Motors nur in grober Näherung beschreiben kann. Geben Sie an, welche wichtigen Aspekte des realen Diesel-Motors dabei nicht berücksichtigt werden.

- c) Bestimmen Sie die Temperaturen T_2 , T_3 und T_4 jeweils in Abhängigkeit der Temperatur T_1 , des Adiabatenkoeffizienten κ sowie der Verhältnisse der Volumina V_1 , V_2 und V_3 .
- d) Bestimmen Sie für jeden der vier Teilprozesse die Grössen ΔQ_{ij} , ΔW_{ij} und ΔU_{ij} in Abhängigkeit der Stoffmenge n , der molaren Wärmekapazitäten C_V bzw. C_P und der Temperaturdifferenzen ΔT_{ij} . Geben Sie auch an, welche dieser Energien positiv und welche negativ sind.

Hinweis:

- Überlegen Sie sich zuerst die Vorzeichen (< 0 , $= 0$, > 0) der Grössen ΔQ_{ij} , ΔW_{ij} und ΔU_{ij} .
- Verwenden Sie dazu lediglich den ersten Hauptsatz sowie die allgemeine Zustandsgleichung für ideale Gase

- e) Zeigen Sie, dass für den Wirkungsgrad des Diesel-Prozesses gilt:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\kappa} \frac{\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\kappa - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa}{\frac{V_3}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}}$$

Hinweise:

- Drücken Sie den Wirkungsgrad durch die Grössen Q_w und Q_k aus.
- Überlegen Sie sich, welches ΔQ_{ij} dem Q_w und welches ΔQ_{ij} dem Q_k entspricht.

- f) Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Diesel-Prozesses für Luft im Zylinder mit Kolben bei $V_1 = 2.0 \text{ l}$, $V_2 = 0.50 \text{ l}$ und $V_3 = 1.0 \text{ l}$.

11.6 Führen Sie in Moodle den [Test 11.1](#) durch.

Lehrbuch Tipler/Mosca

Teil IV Thermodynamik

16 Der Zweite Hauptsatz der Thermodynamik

- 16.1 Wärmekraftmaschinen und der Zweite Hauptsatz (Seiten 614 bis 619)
- 16.2 Kältemaschinen und der Zweite Hauptsatz (Seiten 619 bis 621)

Lösungen

11.1 (siehe Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca)

11.2 (siehe Lehrbuch Tipler/Mosca: Übung 16.2, Seite 620)

Hinweis:

- In den Lösungen im Lehrbuch Tipler/Mosca ist in der fünften Zeile die Formel für die Leistungsziffer falsch angegeben: Es sollte der Kehrwert sein, also $\epsilon_{KM} = Q_K/W$.

11.3 (siehe Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca)

11.4 a) (siehe Lehrbuch Tipler/Mosca)

b)

Wir betrachten die Teilprozesse des OTTO-Prozesses und die Kolben-Bewegungen des realen Vier-Takt-OTTO-Kolbenmotors.

Adiabate $z_1 \mapsto z_2$: Dieser Prozess beschreibt, wie der Kolben im *Verdichtungstakt* das Gemisch aus angesaugter Luft und eingespritztem Treibstoff komprimiert.

Isochore $z_2 \mapsto z_3$: Dieser Prozess beschreibt die Explosion des Treibstoff-Luft-Gemisches zwischen *Verdichtungstakt* und *Arbeitstakt*, welche durch die Zündkerze initiiert wird.

Adiabate $z_3 \mapsto z_4$: Dieser Prozess beschreibt den *Arbeitstakt*, in welchem die heissen Abgase den Kolben nach aussen drücken.

Isochore $z_4 \mapsto z_1$: Dieser Prozess fasst den *Ausstosstakt* und den *Ansaugtakt* zusammen. Dabei werden die Abgase durch den Kolben aus dem Zylinder in den Auspuff gedrückt, frische Luft in den Zylinder gesaugt und Treibstoff eingespritzt.

c)

Der OTTO-Prozess kann die Funktionsweise eines OTTO-Kolbenmotors nur in grober Näherung beschreiben. Unter anderem werden dabei die folgenden, wichtigen Aspekte des realen OTTO-Kolbenmotors nicht berücksichtigt.

- Während der Verbrennung des Treibstoffs bleibt das Volumen nicht konstant. Im OTTO-Prozess wird in grober Näherung angenommen, dass die Verbrennung des Treibstoffs explosionsartig abläuft, und zwar so schnell, dass die Bewegung des Kolbens während der Verbrennungszeit vernachlässigt werden kann.
- Die Verbrennung des Treibstoffs ist ein chemischer Prozess, welcher sowohl die Stoffmenge als auch die Anzahl *mikroskopischer Freiheitsgrade* und damit den *Adiabatenkoeffizienten* des Gases im Zylinder verändert.
- Die Temperatur während der Verbrennung des Treibstoffs kann über $2'000^\circ\text{C}$ liegen, so dass die *mikroskopischen Schwingungsfreiheitsgrade* der Gasmoleküle nicht mehr vernachlässigt werden dürfen.

d)

$Z_1 \rightarrow Z_2$: adiabatisch

$T_1 \cdot V_1^{K-1} = T_2 \cdot V_2^{K-1}$	I	<u>Unb.</u> V_1	<u>Beh.</u> T_1
$x_v = \frac{V_2}{V_1}$	II	T_2	K
		V_2	x_v

$$\text{I : } T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1$$

$$\text{II : } \left(\frac{1}{x_v} \right)^{K-1} T_1$$

$$T_2 > T_1, \text{ da } x_v < 1 \text{ und } K > 1$$

$Z_3 \rightarrow Z_4$: adiabatisch

$T_3 \cdot V_2^{K-1} = T_4 \cdot V_1^{K-1}$	I	<u>Unb.</u> T_3	<u>Beh.</u> K
$x_v = \frac{V_2}{V_1}$	II	V_2	T_4
		V_1	x_v

$$\text{I : } T_3 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_4$$

$$\text{II : } \left(\frac{1}{x_v} \right)^{K-1} T_4$$

$$T_3 > T_4, \text{ da } x_v < 1 \text{ und } K > 1$$

$$\text{Bem. : } \left. \begin{array}{l} T_3 > T_2 \\ T_4 > T_1 \end{array} \right\} \text{ da } \frac{p}{T} \text{ konst. f\"ur isochore Prozesse}$$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

e)

Qualitative Vorzeichenbetrachtung

1. Hauptsatz : $\Delta U_{ij} = \Delta Q_{ij} + \Delta W_{ij}$ *

Allg. Zustandsgl. : $pV = nRT$ **

$Z_1 \rightarrow Z_2$: adiabatisch

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \Delta Q_{12} = 0 \\ \cdot \Delta V_{12} < 0 \Rightarrow \Delta W_{12} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U_{12} > 0 \quad *$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{12} = 0, \Delta W_{12} > 0, \Delta U_{12} > 0$$

$Z_2 \rightarrow Z_3$: isocher

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \Delta V_{23} = 0 \Rightarrow \Delta W_{23} = 0 \\ \cdot \Delta V_{23} = 0 \\ \Delta p_{23} > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \Delta T_{23} > 0 \Rightarrow \Delta U_{23} > 0 \\ ** \end{array} \Rightarrow \Delta Q_{23} > 0 \quad *$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{23} > 0, \Delta W_{23} = 0, \Delta U_{23} > 0$$

$Z_3 \rightarrow Z_4$: adiabatisch

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \Delta Q_{34} = 0 \\ \cdot \Delta V_{34} > 0 \Rightarrow \Delta W_{34} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U_{34} < 0 \quad *$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{34} = 0, \Delta W_{34} < 0, \Delta U_{34} < 0$$

$Z_4 \rightarrow Z_1$: isocher

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \Delta V_{41} = 0 \Rightarrow \Delta W_{41} = 0 \\ \cdot \Delta V_{41} = 0 \\ \Delta p_{41} < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \Delta T_{41} < 0 \Rightarrow \Delta U_{41} < 0 \\ ** \end{array} \Rightarrow \Delta Q_{41} < 0 \quad *$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{41} < 0, \Delta W_{41} = 0, \Delta U_{41} < 0$$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Quantitative Berechnungen

$Z_1 \rightarrow Z_2$: adiabatisch

- $\Delta Q_{12} = 0$
- $\Delta W_{12} = n C_V \Delta T_{12} > 0$
- $\Delta U_{12} = n C_V \Delta T_{12} > 0$

$Z_2 \rightarrow Z_3$: isochor

- $\Delta Q_{23} = n C_V \Delta T_{23} > 0$
- $\Delta W_{23} = 0$
- $\Delta U_{23} = n C_V \Delta T_{23} > 0$

$Z_3 \rightarrow Z_4$: adiabatisch

- $\Delta Q_{34} = 0$
- $\Delta W_{34} = n C_V \Delta T_{34} < 0$
- $\Delta U_{34} = n C_V \Delta T_{34} < 0$

$Z_4 \rightarrow Z_1$: isochor

- $\Delta Q_{41} = n C_V \Delta T_{41} < 0$
- $\Delta W_{41} = 0$
- $\Delta U_{41} = n C_V \Delta T_{41} < 0$

f) (siehe nächste Seite)

f)

	I	Unb.	Bek.
$\eta = \frac{\Delta W}{Q_W}$		η	n
$\Delta W = Q_W - Q_K$	II	ΔW	C_V
$Q_W = \Delta Q_{23} $	III	Q_W	T_1
$Q_K = \Delta Q_{41} $	IV	Q_K	T_4
$\Delta Q_{23} = n C_V \Delta T_{23} \text{ (aus II)}$	V	ΔQ_{23}	x_V
$\Delta Q_{41} = n C_V \Delta T_{41} \text{ "}$	VI	ΔQ_{41}	K
$\Delta T_{23} = T_3 - T_2$	VII	ΔT_{23}	
$\Delta T_{41} = T_1 - T_4$	VIII	ΔT_{41}	
$T_3 = \left(\frac{1}{x_V}\right)^{K-1} T_4 \text{ (aus V)}$	IX	T_3	
$T_2 = \left(\frac{1}{x_V}\right)^{K-1} T_1 \text{ "}$	X	T_2	

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{Q_W - Q_K}{Q_W} \\
 &= 1 - \frac{Q_K}{Q_W} \\
 &\stackrel{\text{II, III}}{=} 1 - \frac{n C_V |\Delta T_{41}|}{n C_V |\Delta T_{23}|} \\
 &\stackrel{\text{VII, VIII}}{=} 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \\
 &\stackrel{\text{IX, X}}{=} 1 - \frac{T_4 - T_1}{\left(\frac{1}{x_V}\right)^{K-1} (T_4 - T_1)} \\
 &= 1 - x_V^{K-1}
 \end{aligned}$$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

g)

$$\eta = 1 - x_v^{K-1} \quad \text{I}$$

$$K = \frac{f+2}{f} \quad \text{II}$$

<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
x_v	$\eta = 50\%$
K	$f = 5$ (Luft: 99% ist N_2 und $O_2 \rightarrow 2$ -atmig)

$$\begin{aligned} \text{I: } x_v^{K-1} &= 1 - \eta \\ x_v &= (1 - \eta)^{\frac{1}{K-1}} \\ &\stackrel{\text{II}}{=} (1 - \eta)^{\frac{f}{2}} \\ &= 18\% \end{aligned}$$

11.5 a)

Wir betrachten die Teilprozesse des DIESEL-Prozesses und die Kolben-Bewegungen des realen Vier-Takt-DIESEL-Kolbenmotors.

Adiabate $z_1 \mapsto z_2$: Dieser Prozess beschreibt, wie der Kolben im *Verdichtungstakt* die angesaugte Luft komprimiert.

Isobare $z_2 \mapsto z_3$: Dieser Prozess beschreibt den ersten Teil des *Arbeitstaktes*, in welchem Treibstoff eingespritzt und verbrannt wird. Dabei drücken die heissen Abgase den Kolben nach aussen.

Adiabate $z_3 \mapsto z_4$: Dieser Prozess beschreibt den zweiten Teil des *Arbeitstaktes*, in welchem der eingespritzte Treibstoff vollständig verbrannt ist, die heissen Abgase den Kolben aber weiterhin nach aussen drücken.

Isochore $z_4 \mapsto z_1$: Dieser Prozess fasst den *Ausstosstakt* und den *Ansaugtakt* zusammen. Dabei werden die Abgase durch den Kolben aus dem Zylinder in den Auspuff gedrückt und frische Luft in den Zylinder gesaugt.

b)

Der DIESEL-Prozess kann die Funktionsweise eines DIESEL-Kolbenmotors nur in grober Näherung beschreiben. Unter anderem werden dabei die folgenden, wichtigen Aspekte des realen DIESEL-Kolbenmotors nicht berücksichtigt.

- Während der Verbrennung des Treibstoffs bleibt der Druck nicht konstant. Im DIESEL-Prozess wird in grober Näherung angenommen, dass die Verbrennung des Treibstoffs nicht explosionsartig sondern während der Einspritzphase kontinuierlich abläuft.
- Die Verbrennung des Treibstoffs ist ein chemischer Prozess, welcher sowohl die Stoffmenge als auch die Anzahl *mikroskopischer Freiheitsgrade* und damit den *Adiabatenkoeffizienten* des Gases im Zylinder verändert.
- Die Temperatur während der Verbrennung des Treibstoffs kann über 2'000 °C liegen, so dass die *mikroskopischen Schwingungsfreiheitsgrade* der Gasmoleküle nicht mehr vernachlässigt werden dürfen.

c) (siehe nächste Seite)

c)

$Z_1 \rightarrow Z_2$: adiabatisch

$$T_1 \cdot V_1^{K-1} = T_2 \cdot V_2^{K-1}$$

<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
T_2	T_1
	V_1
	K
	V_2

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1$$

$T_2 > T_1$, da $V_2 < V_1$ und $K > 1$

$Z_2 \rightarrow Z_3$: isobar

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
T_2	V_2
T_3	V_3
	V_1
	K
	T_1

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1 \quad (\text{siehe oben}) \quad \text{II}$$

$$\begin{aligned} \text{I : } T_3 &= \frac{V_3}{V_2} T_2 \\ &= \frac{V_3}{V_2} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1 \end{aligned}$$

$T_3 > T_2$, da $V_3 > V_2$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$Z_3 \rightarrow Z_4$: adiabatisch

$T_3 \cdot V_3^{K-1} = T_4 \cdot V_1^{K-1}$	I	<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
$T_3 = \frac{V_3}{V_2} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1$ (siehe oben)	II	T_3	V_3
		T_4	K
			V_1
			V_2
			T_1

$$\begin{aligned} \text{I : } T_4 &= \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{K-1} T_3 \\ &= \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{K-1} \frac{V_3}{V_2} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1 \\ &= \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^K T_1 \end{aligned}$$

$$T_4 < T_3, \text{ da } V_1 > V_3 \text{ und } K > 1$$

$$\text{Bem.: } T_4 > T_1, \text{ da } \frac{p}{T} \text{ konst. f\"ur isochore Prozesse}$$

d)

Qualitative Vorzeichenbetrachtung

$$1. \text{ Hauptsatz : } \Delta U_{ij} = \Delta Q_{ij} + \Delta W_{ij} \quad *$$

$$\text{Allg. Zustandsgl. : } pV = nRT \quad **$$

$Z_1 \rightarrow Z_2$: adiabatisch

$$\begin{aligned} &\left. \begin{aligned} \cdot \Delta Q_{12} &= 0 \\ \cdot \Delta V_{12} < 0 &\Rightarrow \Delta W_{12} > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta U_{12} > 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{12} = 0, \Delta W_{12} > 0, \Delta U_{12} > 0$$

$Z_2 \rightarrow Z_3$: isobar

$$\begin{aligned} &\left. \begin{aligned} \cdot \Delta V_{23} > 0 &\Rightarrow \Delta W_{23} < 0 \\ \cdot \Delta V_{23} > 0 &\left. \begin{aligned} \cdot \Delta p_{23} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta T_{23} > 0 \Rightarrow \Delta U_{23} > 0 \\ &\cdot \Delta p_{23} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta Q_{23} > 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{23} > 0, \Delta W_{23} < 0, \Delta U_{23} > 0$$

$z_3 \rightarrow z_4$: adiabatisch

$$\begin{aligned} & \cdot \Delta Q_{34} = 0 \\ & \cdot \Delta V_{34} > 0 \Rightarrow \Delta W_{34} < 0 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} & \cdot \Delta Q_{34} = 0 \\ & \cdot \Delta V_{34} > 0 \end{aligned}} \right\}^* \Rightarrow \Delta U_{34} < 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{34} = 0, \Delta W_{34} < 0, \Delta U_{34} < 0$$

$z_4 \rightarrow z_1$: isochor

$$\begin{aligned} & \cdot \Delta V_{41} = 0 \Rightarrow \Delta W_{41} = 0 \\ & \cdot \Delta V_{41} = 0 \\ & \cdot \Delta p_{41} < 0 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} & \cdot \Delta V_{41} = 0 \\ & \cdot \Delta p_{41} < 0 \end{aligned}} \right\}^{**} \Rightarrow \Delta T_{41} < 0 \Rightarrow \Delta U_{41} < 0 \left. \vphantom{\Delta T_{41} < 0} \right\}^* \Rightarrow \Delta Q_{41} < 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{41} < 0, \Delta W_{41} = 0, \Delta U_{41} < 0$$

Quantitative Berechnungen

$z_1 \rightarrow z_2$: adiabatisch

$$\begin{aligned} & \cdot \Delta Q_{12} = 0 \\ & \cdot \Delta W_{12} = n \cdot C_V \Delta T_{12} > 0 \\ & \cdot \Delta U_{12} = n C_V \Delta T_{12} > 0 \end{aligned}$$

$z_2 \rightarrow z_3$: isobar

$$\begin{aligned} & \cdot \Delta Q_{23} = n C_p \Delta T_{23} > 0 \\ & \cdot \Delta W_{23} = -n R \Delta T_{23} < 0 \\ & \cdot \Delta U_{23} = n C_V \Delta T_{23} > 0 \end{aligned}$$

$z_3 \rightarrow z_4$: adiabatisch

$$\begin{aligned} & \cdot \Delta Q_{34} = 0 \\ & \cdot \Delta W_{34} = n C_V \Delta T_{34} < 0 \\ & \cdot \Delta U_{34} = n C_V \Delta T_{34} < 0 \end{aligned}$$

$z_4 \rightarrow z_1$: isochor

$$\begin{aligned} & \cdot \Delta Q_{41} = n C_V \Delta T_{41} < 0 \\ & \cdot \Delta W_{41} = 0 \\ & \cdot \Delta U_{41} = n C_V \Delta T_{41} < 0 \end{aligned}$$

e)

		Unb.	Bek.
$\eta = \frac{\Delta W}{Q_W}$	I	η	n
$\Delta W = Q_W - Q_K$	II	ΔW	C_V
$Q_W = \Delta Q_{23} $	III	Q_W	K
$Q_K = \Delta Q_{41} $	IV	Q_K	T_1
$\Delta Q_{23} = n C_p \Delta T_{23}$ (aus d))	V	ΔQ_{23}	V_3
$\Delta Q_{41} = n C_V \Delta T_{41}$ "	VI	ΔQ_{41}	V_2
$K = \frac{C_p}{C_V}$	VII	C_p	V_1
		ΔT_{23}	
		ΔT_{41}	
$\Delta T_{23} = T_3 - T_2$	VIII	T_3	
$\Delta T_{41} = T_1 - T_4$	IX	T_2	
$T_3 = \frac{V_3}{V_2} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1$ (aus c))	X	T_4	
$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} T_1$	"	$\bar{X}_I$	
$T_4 = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^K T_1$	"	$\bar{X}_{II}$	

$$\begin{aligned}
 \text{I, II: } \eta &= \frac{Q_W - Q_K}{Q_W} \\
 &= 1 - \frac{Q_K}{Q_W} \\
 \frac{\text{VI} - \text{IV}}{\text{III} - \text{IV}} &= 1 - \frac{n C_V |\Delta T_{41}|}{n C_p |\Delta T_{23}|} \\
 \frac{\text{VII} - \text{IX}}{\text{III} - \text{IX}} &= 1 - \frac{1}{K} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}
 \end{aligned}$$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{x} - x_{II}}{x} &= 1 - \frac{1}{K} \frac{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^K T_1 - T_1}{\frac{V_3}{V_2} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{K-1} T_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{K-1} T_1} \\
 &= 1 - \frac{1}{K} \frac{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^K - 1}{\frac{V_3}{V_2} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{K-1} - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{K-1}} \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{erweitern mit } \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^K} \\
 &= 1 - \frac{1}{K} \frac{\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^K - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^K}{\frac{V_3}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}}
 \end{aligned}$$

f)

$\eta = 1 - \frac{1}{K} \frac{\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^K - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^K}{\frac{V_3}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}} \quad \text{I}$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;"><u>Unb.</u></td> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;"><u>Beh.</u></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;">η</td> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;">$V_3 = 1.0 \text{ l}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;">K</td> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;">$V_1 = 2.0 \text{ l}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;">$V_2 = 0.50 \text{ l}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center; padding-right: 5px;">$f = 5 \text{ (Luft 2-atomig)}$</td> </tr> </table>	<u>Unb.</u>	<u>Beh.</u>	η	$V_3 = 1.0 \text{ l}$	K	$V_1 = 2.0 \text{ l}$		$V_2 = 0.50 \text{ l}$		$f = 5 \text{ (Luft 2-atomig)}$
<u>Unb.</u>	<u>Beh.</u>										
η	$V_3 = 1.0 \text{ l}$										
K	$V_1 = 2.0 \text{ l}$										
	$V_2 = 0.50 \text{ l}$										
	$f = 5 \text{ (Luft 2-atomig)}$										
$K = \frac{f+2}{f} \quad \text{II}$											

$$\begin{aligned}
 \text{I, II: } \eta &= 1 - \frac{f}{f+2} \frac{\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\frac{f+2}{f}} - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{f+2}{f}}}{\frac{V_3}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}} \\
 &= 33\%
 \end{aligned}$$

11.6 -