

Aufgaben 2

Mechanik Impuls, Impulsstrom, Kraft, Impulsbilanz, Aktionsprinzip

Lernziele

- die Eigenschaften des Impulses und den Zusammenhang zwischen Impuls, Masse und Geschwindigkeit eines Körpers bei der Bearbeitung von konkreten Problemstellungen anwenden können.
- den Zusammenhang zwischen der Impulsstromstärke und dem geflossenen Impuls anwenden können.
- Impulsströme in konkreten Situationen korrekt einzeichnen können.
- die Regeln für die Richtungen von Impulsströmen und Kräften anwenden können.
- in konkreten Situationen Wechselwirkungskräfte, d.h. Actio-Reactio-Kräftepaare erkennen können.
- die Impulsbilanz bzw. das Aktionsprinzip anwenden können.
- die an einem Körper angreifenden Kräfte erkennen und korrekt einzeichnen können.
- das Aktionsprinzip bei der Bearbeitung von zwei- und dreidimensionalen Problemen anwenden können.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.
- die Vollständigkeit eines Gleichungssystems beurteilen können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

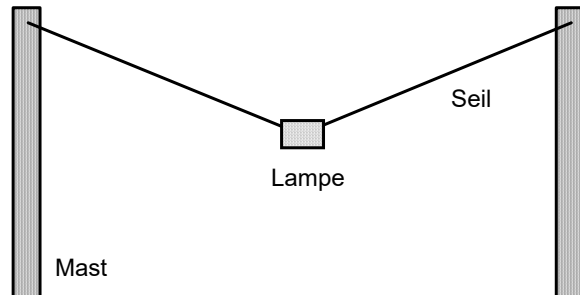
Aufgaben

- 2.1 Studieren Sie im Lehrbuch KPK 4 die folgenden Abschnitte:
- 2.1 Der Impuls (Seite 12)
 - 2.2 Impulsströme (Seite 13)
 - 2.6 Fließgleichgewichte (Seite 17)
 - 2.9 Die Impulsstromstärke (Seite 20)
 - 2.20 Die Kraft (Seite 31)
- 2.2 Ein Güterwagen der Masse 80 t prallt mit einer Geschwindigkeit von 9.0 km/h gegen einen Prellbock. Nach dem Aufprall fährt er mit 5.4 km/h zurück.
- Bestimmen Sie den im Güterwagen gespeicherten Impuls vor und nach dem Aufprall.
 - Bestimmen Sie, wieviel Impuls während des Aufpralls aus dem Güterwagen über den Prellbock abgeflossen ist.
 - Skizzieren Sie den Güterwagen und den Prellbock während des Aufpralls. Zeichnen Sie den durch den Aufprall verursachten **Impulsstrom** zwischen dem Güterwagen und dem Prellbock ein.
 - Skizzieren Sie nochmals den Güterwagen und den Prellbock während des Aufpralls. Zeichnen Sie die zum Impulsstrom gehörenden **Kräfte** ein, die am Güterwagen und am Prellbock angreifen.
- 2.3 Ein Fussballspieler beschleunigt einen ruhenden Ball der Masse 500 g auf eine Geschwindigkeit von 10 m/s. Der Fuss berührt den Ball während 0.10 s. Während dieser Zeitspanne fließt Impuls zwischen dem Fuss und dem Ball.
- Bestimmen Sie die mittlere Impulsstromstärke.
- 2.4 (siehe nächste Seite)

- 2.4 Ein Güterzug mit einer Lokomotive und zwei Wagen fährt auf einer geraden und horizontalen Strecke mit konstanter Geschwindigkeit.
- a) Erstellen Sie eine Skizze des Güterzuges.
Zeichnen Sie alle für die horizontale Bewegung bedeutsamen **Impulsströme** ein, die die drei Fahrzeuge (Lokomotive, erster Wagen, zweiter Wagen) betreffen, d.h. wo Impuls in ein Fahrzeug hinein oder aus ihm herausfließt.
- Hinweise:
- Wählen Sie die Fahrtrichtung des Güterzuges als positive Richtung.
- Berücksichtigen Sie auch die Rollreibung und den Luftwiderstand.
- b) Erstellen Sie eine zweite Skizze des Güterzuges.
Zeichnen Sie die zu den Impulsströmen gehörenden **Kräfte** ein, die ...
- ... an der Lokomotive angreifen.
- ... am ersten Wagen angreifen.
- ... am zweiten Wagen angreifen.
- c) Geben Sie an, welche Kräfte ein Actio-Reactio-Paar bilden.
Geben Sie zudem für jedes Actio-Reactio-Paar an, zu welchem Impulsstrom es gehört.
- d) Formulieren Sie die Impulsbilanz für alle drei Fahrzeuge.
- e) Die Masse der Lokomotive sei 60 t, die Masse des ersten Wagens 16 t und die Masse des zweiten Wagens 20 t. Zu einem bestimmten Zeitpunkt sei die Kupplung zwischen der Lokomotive und dem ersten Wagen mit 25 kN, jene zwischen dem ersten und dem zweiten Wagen mit 14 kN belastet, und die Beschleunigung des Zuges betrage gerade 0.50 m/s^2 .
Wieviel Impuls verliert der erste Wagen zum betrachteten Zeitpunkt pro Sekunde wegen Reibung (Rollreibung und Luftwiderstand zusammen)?
Bestimmen Sie die Summe der entsprechenden Impulsstromstärken.
- Hinweis:
- Betrachten Sie die Impulsbilanz für den ersten Wagen.
- 2.5 Die Summe aller Kräfte, die an einem Körper angreifen, sei gleich null.
Was lässt sich über die Geschwindigkeit und die Geschwindigkeitsänderungsrate (= Beschleunigung) des Körpers aussagen?
- 2.6 Ein Holzklotz rutscht eine schiefe Ebene hinunter.
- a) Skizzieren Sie den Holzklotz und die schiefe Ebene.
Zeichnen Sie alle am Holzklotz angreifenden Kräfte ein. Die Längen der Kraftpfeile sollen proportional zu den Beträgen der Kräfte sein.
- Hinweis:
- Wegen der geringen Gleitgeschwindigkeit kann man den Luftwiderstand vernachlässigen.
- b) Formulieren Sie das Aktionsprinzip ...
i) ... in vektorieller Form.
ii) ... in skalarer Form.
- Hinweise zu ii):
- Führen Sie ein geeignetes zweidimensionales Koordinatensystem ein.
- Formulieren Sie für die beiden Koordinatenrichtungen je das Aktionsprinzip.
- In den beiden Gleichungen stehen je die Kraftkomponenten bezüglich der jeweiligen Koordinatenrichtungen.
- c) (siehe nächste Seite)

- c) Nun wird der Neigungswinkel der schiefen Ebene zur Horizontalen etwas vergrössert.
Beurteilen Sie, ob und wie sich ...
- ... die am Holzklotz angreifenden Kräfte verändern.
 - ... die Bewegung des Holzklotzes verändert.

2.7 Eine Strassenlampe ist an einem Drahtseil zwischen zwei Masten aufgehängt:



- Skizzieren Sie die Situation auf ein neues Blatt, und zeichnen Sie alle an der Lampe angreifenden Kräfte ein. Die Längen der gezeichneten Kraftpfeile sollen proportional zu den Beträgen der Kräfte sein.
- Man möchte nun wissen, wie lange das Seil mindestens sein muss, damit die Stärke des Impulsstromes durch das Seil einen maximalen Wert $I_{p,max}$ nicht überschreitet. Bekannt seien der Abstand der beiden Masten, die Masse der Lampe sowie die maximal zulässige Impulsstromstärke $I_{p,max}$.
 - Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte minimale Seillänge als Unbekannte enthält.
 - Lösen Sie das Gleichungssystem nach der gesuchten Seillänge auf. Drücken Sie also die gesuchte Seillänge in Abhängigkeit der bekannten Grössen aus.

Hinweise:

- Zeichnen Sie in die Skizze, die Sie in a) erstellt haben, zwei zueinander ähnliche, rechtwinklige Dreiecke ein: Die Dreiecksseiten des einen Dreiecks sind Beträge von Kräften, die an der Lampe angreifen. Die Dreiecksseiten des anderen Dreiecks sind geometrische Längen (Seillänge, halber Abstand der Masten, Durchhang der Lampe).
- Mit Hilfe eines Ähnlichkeits- oder Strahlensatzes (vgl. Geometrie) kann eine Beziehung zwischen Kraftbeträgen und geometrischen Längen formuliert werden.
- Mit dem Satz von Pythagoras kann eine weitere Beziehung zwischen geometrischen Längen formuliert werden.
- Die so formulierten Beziehungen sind Gleichungen des in i) gesuchten Gleichungssystems.

2.8 Eine Explosion zersprengt einen zunächst ruhenden Stein in drei Stücke.
Zwei Stücke ($m_1 = 1.0 \text{ kg}$, $m_2 = 2.0 \text{ kg}$) fliegen rechtwinklig zueinander mit den Geschwindigkeitsbeträgen $v_1 = 12 \text{ m/s}$ bzw. $v_2 = 8.0 \text{ m/s}$ fort. Das dritte Stück fliegt mit dem Geschwindigkeitsbetrag $v_3 = 40 \text{ m/s}$ weg.
Bestimmen Sie die Bewegungsrichtung und die Masse des dritten Stückes.

Hinweise:

- Skizzieren Sie die Situation, und zeichnen Sie die Impulsvektoren der drei Steinstücke ein.
- Formulieren Sie die vektorielle Impulsbilanz.

Lösungen

2.1 ...

2.2 a) vor dem Aufprall:

$$p = m \cdot v = 80 \text{ t} \cdot 9.0 \text{ km/h} = 80 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{9.0}{3.6} \text{ m/s} = 2.0 \cdot 10^5 \text{ Hy}$$

nach dem Aufprall:

$$p' = m \cdot v' = 80 \text{ t} \cdot (-5.4 \text{ km/h}) = 80 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{-5.4}{3.6} \text{ m/s} = -1.2 \cdot 10^5 \text{ Hy}$$

b) $\Delta p = p' - p = -3.2 \cdot 10^5 \text{ Hy}$

$\Rightarrow$ Es sind $3.2 \cdot 10^5 \text{ Hy}$ abgeflossen.

c) ...

d) ...

2.3 Bei einer mittleren Impulsstromstärke $I_{p,\text{mittel}}$ fliesst in der Zeitspanne Δt der Impuls Δp in den Ball hinein.

$$\Delta p = m \Delta v$$

$$\Delta p = I_{p,\text{mittel}} \Delta t$$

$$\Rightarrow I_{p,\text{mittel}} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{0.500 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}}{0.10 \text{ s}} = 50 \text{ Hy/s}$$

2.4 a) ...

b) ...

c) ...

d) Bezeichnungen:

$\dot{p}_L$ = Impulsänderungsrate Lokomotive

$\dot{p}_1$ = Impulsänderungsrate erster Wagen

$\dot{p}_2$ = Impulsänderungsrate zweiter Wagen

I_{pL1} = Impulsstromstärke Lokomotive - erster Wagen (Kupplung)

I_{p12} = Impulsstromstärke erster Wagen - zweiter Wagen (Kupplung)

I_{pLA} = Impulsstromstärke Boden - Lok (Haftreibung Antriebsräder)

I_{pLL} = Impulsstromstärke Lok - Luft (Luftwiderstand)

I_{p1R} = Impulsstromstärke erster Wagen - Boden (Rollreibung)

I_{p1L} = Impulsstromstärke erster Wagen - Luft (Luftwiderstand)

I_{p2R} = Impulsstromstärke zweiter Wagen - Boden (Rollreibung)

I_{p2L} = Impulsstromstärke zweiter Wagen - Luft (Luftwiderstand)

Impulsbilanz Lokomotive:

$$I_{pLA} - I_{pL1} - I_{pLL} = \dot{p}_L$$

Impulsbilanz erster Wagen:

$$I_{pL1} - I_{p12} - I_{p1R} - I_{p1L} = \dot{p}_1$$

Impulsbilanz zweiter Wagen:

$$I_{p12} - I_{p2R} - I_{p2L} = \dot{p}_2$$

e) $I_{pL1} - I_{p12} - I_{p1R} - I_{p1L} = \dot{p}_1$ (Impulsbilanz erster Wagen)

$$I_{p,\text{Reibung}} = I_{p1R} + I_{p1L}$$

$$\dot{p}_1 = m_1 \cdot \dot{v}$$

$$\Rightarrow I_{p,\text{Reibung}} = I_{pL1} - I_{p12} - m_1 \cdot \dot{v} = 25 \cdot 10^3 \text{ Hy/s} - 14 \cdot 10^3 \text{ Hy/s} - (16 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 0.50 \text{ m/s}^2) = 3.0 \cdot 10^3 \text{ Hy/s}$$

- 2.5 Die Summe aller Impulsstromstärken ist gleich null, d.h. es fliesst pro Zeiteinheit gleich viel Impuls in den Körper hinein wie aus dem Körper heraus.
Aus der Impulsbilanz folgt, dass dann auch die Impulsänderungsrate, d.h. die Änderungsrate des im Körper gespeicherten Impulses, gleich null ist.
Der Impulsinhalt des Körpers bleibt also konstant.

⇒ Der Körper bewegt sich mit unveränderter, konstanter Geschwindigkeit geradlinig weiter.
Im Spezialfall, dass der Körper in Ruhe war, bleibt er in Ruhe.

- 2.6 a) Kräfte: Gewichtskraft, Normalkraft, Gleitreibungskraft

b) i) $\vec{F}_G + \vec{F}_N + \vec{F}_R = m \cdot \vec{v}$

ii) Annahmen:

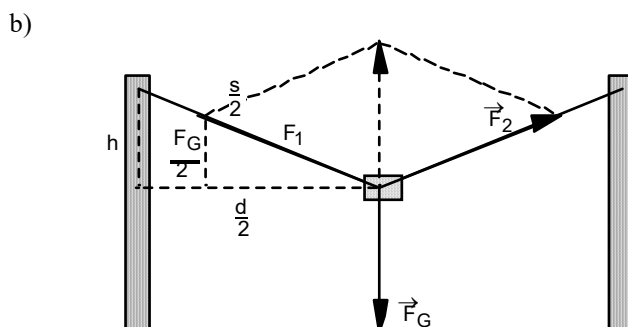
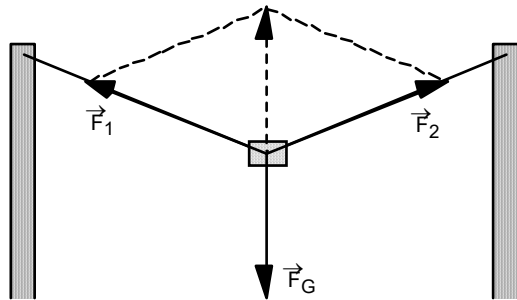
- Die positive x-Richtung zeigt hangabwärts.
- Die positive y-Richtung zeigt senkrecht aus dem Boden heraus.
- Im Aktionsprinzip werden die Beträge der Kraftkomponenten aufgeführt.

Aktionsprinzip:

- in x-Richtung: $F_{Gx} - F_R = m \cdot \dot{v}_x$
- in y-Richtung: $-F_{Gy} + F_N = 0$

- c) i) Gewichtskraft: Richtung und Betrag bleiben unverändert
Normalkraft: Richtung verändert sich, Betrag wird kleiner
Gleitreibungskraft: Richtung verändert sich, Betrag wird kleiner
- ii) Die Beschleunigung nimmt zu.

- 2.7 a) An der Lampe greifen drei Kräfte an: die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ sowie die beiden betragsmässig gleich grossen Seilkräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$.
Der in der folgenden Abbildung eingezeichnete gestrichelte Pfeil stellt die Summe $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ dar, welche betragsmässig gleich gross ist wie der Betrag von $\vec{F}_G$.



(Fortsetzung siehe nächste Seite)

i) $\frac{F_G}{2} = \frac{h}{\frac{s}{2}}$ (2. Strahlensatz)
 $F_1 = I_{p,max}$
 $F_G = m \cdot g$
 $\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2$ (Pythagoras)

- 4 Gleichungen
- 4 Unbekannte: h, s, F_G, F₁
- Bekannte: I_{p,max}, m, g, d

ii) $s = \frac{2 \cdot d \cdot I_{p,max}}{\sqrt{4 \cdot I_{p,max}^2 - (m \cdot g)^2}}$

2.8 Impulsbilanz:

Die (vektorielle) Summe der Impulse der drei Stücke ist vor und nach der Explosion je der Nullvektor.
m₃ = 0.5 kg