

Aufgaben 7 Schwingungen

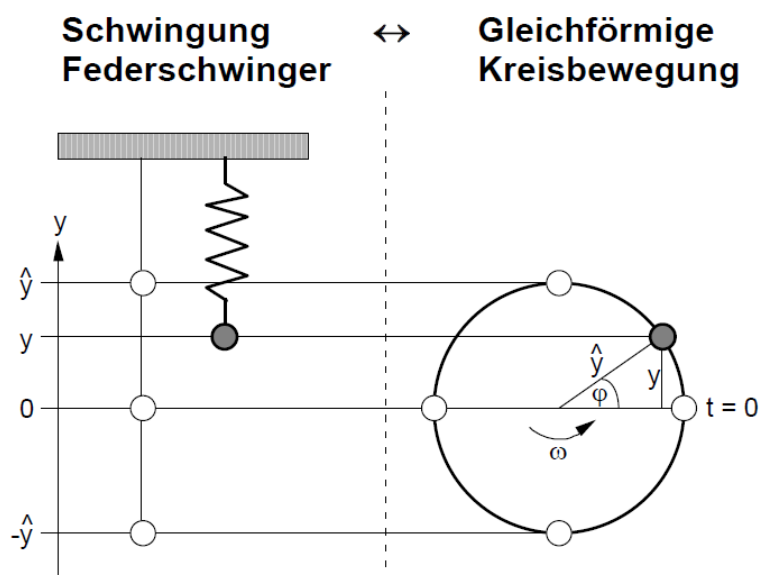
Schwingung, Federschwinger, Fadenpendel, Harmonische Schwingung

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- verstehen, was eine Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Periodendauer und die Frequenz einer Schwingung sind.
- wissen, dass bei einer mechanischen Schwingung Impuls und Energie zwischen Teilsystemen hin und her fließen.
- die bei einer mechanischen Schwingung auftretenden Impuls- und Energieflüsse verstehen.
- wissen, was eine harmonische Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Amplitude, die Anfangsphase und die Kreisfrequenz einer harmonischen Schwingung sind.
- die Zusammenhänge zwischen Winkelgeschwindigkeit, Frequenz und Kreisfrequenz kennen und verstehen.
- die zeitlichen Verläufe von Ort, Geschwindigkeit, Impuls und Energie eines harmonischen Federschwingers kennen und deren Zusammenhänge verstehen.
- die an einem Körper angreifenden Kräfte korrekt einzeichnen können.
- beurteilen können, ob eine Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.
- wissen und verstehen, dass die Schwingung eines Federschwingers harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer eines Federschwingers beeinflussen.
- wissen und verstehen, dass die Schwingung eines Fadenpendels nicht harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer eines Fadenpendels beeinflussen.

Aufgaben

- 7.1 Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 1.1 Vorläufige Beschreibung (Seite 4)
 - 1.2 Impuls und Energie (Seite 5)
 - 1.3 Die Erde als Partner (Seite 6)
 - 1.4 Harmonische Schwingungen (Seite 7, ohne den Text zwischen den Formeln 1.5 und 1.6)
 - 1.5 Wovon die Periodendauer abhängt (Seite 8)
 - 1.6 Das Pendel (Seite 9)
- 7.2 Im Unterricht wurde der Zusammenhang zwischen der Schwingung eines Federschwingers und einer gleichförmigen Kreisbewegung aufgezeigt:

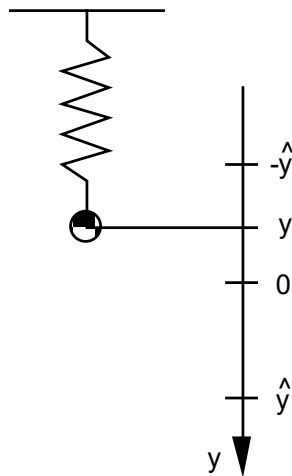


(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Lösen Sie mit Hilfe der obigen Grafik die folgenden Teilaufgaben:

- a) Drücken Sie den Ort y durch die Amplitude $\hat{y}$ und den Winkel φ aus.
- b) Geben Sie den seit Beginn ($t = 0$ s) überstrichenen Winkel φ in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t an.
- c) Drücken Sie mit Hilfe der Resultate aus a) und b) den Ort y in Abhängigkeit der Amplitude $\hat{y}$, der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t aus.
- d) Betrachten Sie den Ort y als Funktion der Zeit t , d.h. $y = y(t)$.
Skizzieren Sie den Grafen der Funktion $y = y(t)$ in einem y - t -Diagramm. Beschriften Sie dabei die Koordinatenachsen so, dass man aus dem Diagramm die unter c) formulierte Beziehung herauslesen kann.
- e) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Frequenz f an.

7.3 Betrachten Sie den folgenden vertikalen Federschwinger:



Die Position $y = 0$ entspricht der Ruhelage des Pendels.

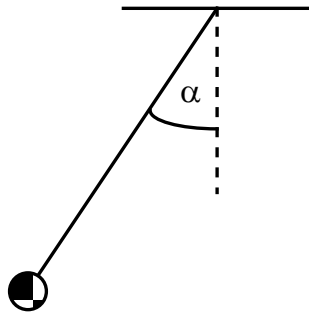
- a) Betrachten Sie den Federschwinger in der **Ruhelage**, d.h. für $y = 0$.
 - i) Erstellen Sie eine Skizze des Federschwingers.
 - ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.
 - iii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.
- b) Betrachten Sie den Federschwinger für eine **beliebige Auslenkung** $y \neq 0$.
 - i) Erstellen Sie eine Skizze des Federschwingers.
 - ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.
 - iii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.
- c) Zeigen Sie, dass die Schwingung des Federschwingers harmonisch ist.
Zeigen Sie also, dass die skalare y -Komponente der Resultierenden aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte proportional zur Auslenkung y ist.

Hinweise:

- In der Ruhelage ist die Feder wegen des Gewichts des Schwingkörpers etwas gespannt.
- Vernachlässigen Sie die Masse der Feder.
- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung.

7.4 (siehe nächste Seite)

7.4 Betrachten Sie das folgende Fadenpendel:



Die Position $\alpha = 0$ entspricht der Ruhelage des Pendels.

- a) Betrachten Sie das Fadenpendel in der **Ruhelage**, d.h. für $\alpha = 0$.
 - i) Erstellen Sie eine Skizze des Fadenpendels.
 - ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.
 - iv) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.
- b) Betrachten Sie das Fadenpendel für eine **beliebige Auslenkung** $\alpha \neq 0$ ($|\alpha| < 90^\circ$).
 - i) Erstellen Sie eine Skizze des Fadenpendels.
 - ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.
 - iii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.
- c) Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Schwingung des Fadenpendels harmonisch ist oder nicht.

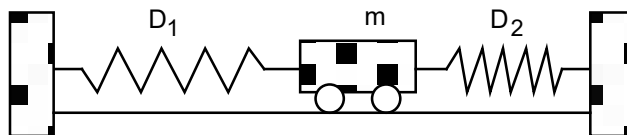
Hinweise zu c):

 - Da sich der Pendelkörper auf einer Kreisbahn bewegt, genügt es, nur die Kraftkomponente der Resultierenden aller Kräfte zu betrachten, die entlang der Kreisbahn, d.h. tangential zur Kreisbahn, gerichtet ist.
 - Prüfen Sie also nach, ob die skalare Komponente der Resultierenden aller Kräfte entlang der Kreisbahn proportional zum Winkel α ist.

Hinweis zur ganzen Aufgabe:

- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung.

7.5 Ein Wagen mit der Masse m ist über zwei masselose Federn mit den Federkonstanten D_1 und D_2 mit zwei Wänden verbunden:



Die Distanz der beiden Wände sowie die Längen der Federn sind gerade so gewählt, dass die beiden Federn entspannt sind, wenn sich der Wagen in der Ruhelage befindet.

Wird der Wagen aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen, führt er eine Schwingung aus.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob diese Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.

Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Rollreibung, Luftwiderstand, ...).

7.6 Studieren Sie die folgenden **Applets**:

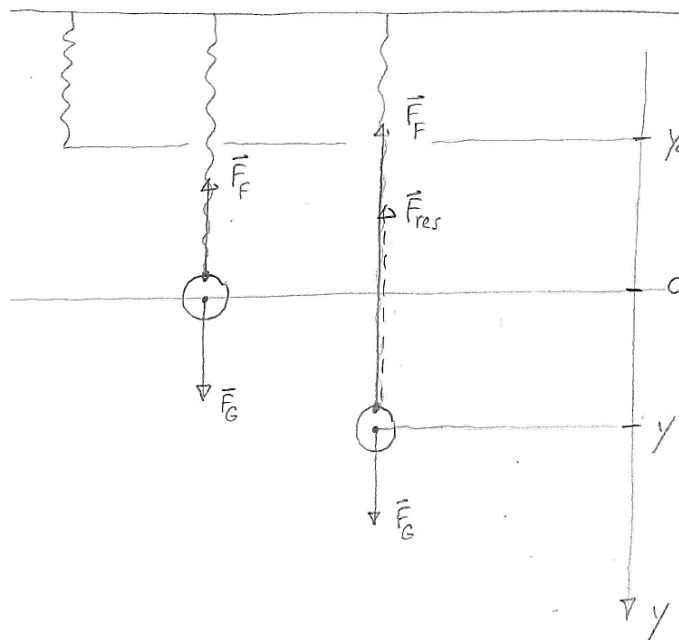
- [Federpendel](#) (Federschwinger)
- [Fadenpendel](#)

Lösungen

7.1 ...

- 7.2
- a) $y = \hat{y} \sin(\varphi)$
 - b) $\varphi = \omega t$
 - c) $y = \hat{y} \sin(\omega t)$
 - d) ...
 - e) $\omega = 2\pi f$

- 7.3
- a)
 - Die Gewichtskraft zeigt senkrecht nach unten.
 - Die Federkraft zeigt senkrecht nach oben.
 - Die Resultierende aus Gewichtskraft- und Federkraft ist der Nullvektor.
 - b)
 - Die Gewichtskraft zeigt senkrecht nach unten.
 - Die Federkraft zeigt senkrecht nach oben, falls die Feder gestreckt ist.
 - Die Federkraft zeigt senkrecht nach unten, falls die Feder gestaucht ist.
 - Die Resultierende aus Gewichtskraft- und Federkraft zeigt senkrecht nach oben, falls $y > 0$.
 - Die Resultierende aus Gewichtskraft- und Federkraft zeigt senkrecht nach unten, falls $y < 0$.



$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_G + \vec{F}_F$$

$$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{Gy} \\ 0 \end{pmatrix}, F_{Gy} > 0$$

$$\vec{F}_F = \begin{pmatrix} 0 \\ -D \cdot (y - y_0) \\ 0 \end{pmatrix}, y_0 < 0$$

$$F_{res,y} = F_{Gy} - D \cdot (y - y_0) = -D \cdot y + \underbrace{F_{Gy} + D \cdot y_0}_{=0} = -D \cdot y \sim y$$

- 7.4 a) - Die Gewichtskraft zeigt senkrecht nach unten.
- Die Fadenkraft zeigt entlang des Fadens senkrecht nach oben.
- Die Resultierende aus Gewichtskraft und Fadenkraft ist der Nullvektor, falls der Pendelkörper in Ruhe ist, d.h. gar nicht schwingt.
- Die Resultierende aus Gewichtskraft und Fadenkraft zeigt senkrecht nach oben („Zentripetalkraft“), falls der Pendelkörper nicht in Ruhe ist, d.h. tatsächlich schwingt.
- b) - Die Gewichtskraft zeigt senkrecht nach unten.
- Die Fadenkraft zeigt entlang des Fadens in Richtung des Aufhängepunktes.
- Die Resultierende aus Gewichtskraft und Fadenkraft zeigt tangential zur Kreisbahn nach unten, falls der Pendelkörper sich gerade in einem der oberen Umkehrpunkte befindet, d.h. gerade in Ruhe ist.
- Die Resultierende aus Gewichtskraft und Fadenkraft zeigt in den Innenbereich des Kreises, falls der Pendelkörper sich nicht gerade in einem der beiden oberen Umkehrpunkte befindet. Sie setzt sich aus einer Komponente tangential zur Kreisbahn nach unten und einer Komponente entlang des Fadens in Richtung des Aufhängepunktes zusammen.
- c) $F_{\text{res,tangential}} = -F_G \sin(\alpha) \not\sim \alpha$
keine harmonische Schwingung
- für kleine α : $\sin(\alpha) \approx \alpha$
 $F_{\text{res,tangential}} = -F_G \sin(\alpha) \approx -F_G \alpha \sim \alpha$
näherungsweise eine harmonische Schwingung

- 7.5 x-Achse horizontal, Ruhelage: $x = 0$
Es genügt, nur die x-Komponenten der am Schwingkörper angreifenden Kräfte zu betrachten.

$$F_{\text{res},x} = F_{1x} + F_{2x}$$

$$F_{1x} = -D_1 \cdot x$$

$$F_{2x} = -D_2 \cdot x$$

$$F_{\text{res},x} = -(D_1 + D_2) x \sim x \quad \text{harmonische Schwingung}$$

- 7.6 ...