Aufgaben 10 — Schwingungen
Drehschwingungen, Dämpfung

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse erarbeiten können.
- die Analogie zwischen einer Drehschwingung und einer linearen Schwingung kennen und verstehen.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer einer Drehschwingung beeinflussen.
- verstehen, wie eine Schwingung gedämpft werden kann.
- verstehen, wie ein mechanischer Dämpfer funktioniert.
- verstehen, dass alle natürlich ablaufenden Schwingungen gedämpft sind.
- wissen, wie die Stärke der Dämpfung die Bewegung eines Schwingers beeinflusst.
- die bei einer mechanischen, gedämpften Schwingung auftretenden Impuls- und Energieflüsse verstehen.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.

Aufgaben

10.1 Studieren Sie im Buch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 1.7 Drehschwingungen: Hin- und herfliessender Drehimpuls (Seiten 15 und 16)
- 1.9 Die Dämpfung von Schwingungen (Seiten 17 bis 20)

10.2 **Experiment Posten 1: Drehhantel**

Eine gut gelagerte vertikale Achse ist mit dem inneren, frei beweglichen Ende einer Spiralfeder verbunden. Das äussere Ende der Spiralfeder ist fest montiert.

Auf die vertikale Achse ist eine Hantel (Stange mit zwei Gewichtsstücken) montiert. Wird die Hantel horizontal ausgelenkt und losgelassen, führt sie (zusammen mit der vertikalen Achse) eine Drehschwingung aus.

Das Trägheitsmoment der Hantel kann verändert werden, indem der Abstand der Gewichtsstücke von der Drehachse variiert wird bzw. indem die Gewichtsstücke ganz abmontiert werden.

Untersuchen Sie, ob und allenfalls wie die Periode T der Drehschwingung ...

a) ... von der Amplitude $\hat{\alpha}$ des Auslenkwinkels α abhängt.

b) ... vom Trägheitsmoment J des schwingenden Körpers abhängt.

Es genügt, wenn Sie die Abhängigkeiten qualitativ angeben, d.h. in der Form "Je grösser ..., desto grösser bzw. kleiner ... ."

10.3 **Experiment Posten 2: Drehpendel**

Wird das Drehpendel von Hand etwas aus der Ruhelage ausgelenkt und losgelassen, so führt es eine Drehschwingung aus.

Am Fusse des Drehpendels sind seitlich zum Pendelkörper zwei Spulen angebracht. Fliesst elektrische Ladung durch die Spulen, wird im Pendelkörper ein Wirbelstrom induziert (Wirbelstrombremse). Auf diese Weise kann die Drehschwingung des Pendels gedämpft werden. Die Stärke der Dämpfung kann über die Stärke des elektrischen Ladungsstromes variiert werden.

Beobachten Sie Drehschwingungen für verschiedene Dämpfungsstärken:

a) Versuchen Sie, die im Buch KPK 3, Abb. 1.32, Seite 19, dargestellten Fälle nachzustellen.

b) Messen Sie für drei verschiedene kleine Dämpfungsstärken, d.h. für Fälle, wo es sich bei der Pedelbewegung noch um eine Schwingung handelt, die Periodendauer der Drehschwingung.

Beurteilen Sie, ob und allenfalls wie die Periodendauer von der Stärke der Dämpfung abhängt.

Hinweis:
Beachten Sie die maximal zulässige elektrische Ladungsstromstärke für die Wirbelstrombremse (siehe Angaben auf dem Sockel des Drehpendels).

10.4 In dieser Aufgabe sollen Sie die Differentialgleichung für die gedämpfte Schwingung eines Federschwingers herleiten und die im Unterricht erwähnte Lösung der Differentialgleichung nachprüfen.

Betrachten Sie also noch einmal den gedämpften Federschwinger (Buch KPK 3, Abb. 1.29, Seite 17)

a) Formulieren Sie für den Schwingkörper das Grundgesetz der Mechanik.
Drücken Sie dabei die am Schwingkörper angreifenden Kräfte durch Ort x und Geschwindigkeit v aus.

b) Setzen Sie in die Gleichung, die Sie in a) formuliert haben, die folgenden Beziehungen für die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a ein:

$$v = \dot{x}$$
$$a = \dot{v} = \ddot{x}$$

Sie erhalten dann eine sogenannte Differentialgleichung für die unbekannte Funktion

$$x: \ R \to R, \ t \to x = x(t)$$

c) Überprüfen Sie, dass die in b) hergeleitete Differentialgleichung die folgende Lösung hat (vgl. Unterricht):

$$x(t) = \hat{x}\, e^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

wobei: $\delta := \frac{k}{2m}$

$$\omega_0 := \sqrt{\frac{D}{m}}$$
$$\omega_d := \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Lösungen

10.1 …
Lösungen zu den Aufgaben siehe kopierte Blätter

10.2 a) T unabhängig von $\hat{\alpha}$

b) T abhängig von J
Je grösser J, desto grösser T $\left(\text{genau: } T \sim \sqrt{J}\right)$

10.3 a) …

b) Je stärker die Dämpfung, desto grösser T (Effekt jedoch minim und kaum beobachtbar)

10.4 a) $F_F + F_D = m \cdot a$
$F_F = - D \cdot x$
$F_D = - k \cdot v$

$- D \cdot x - k \cdot v = m \cdot a$

b) $- D \cdot x - k \cdot \dot{x} = m \cdot \ddot{x}$

c) …