

Aufgaben 1 Schwingungen und Wellen

Lernziel

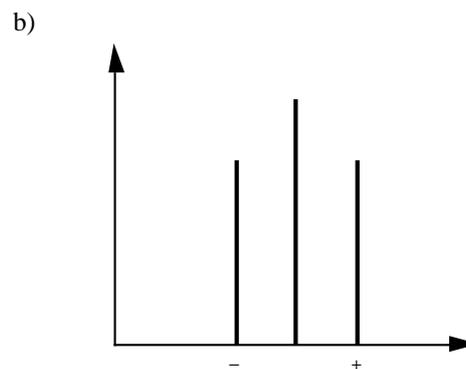
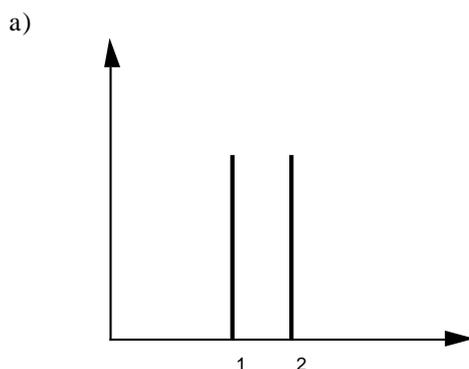
- Problemstellungen zu Schwingungen und Wellen analysieren und lösen können.

Aufgaben

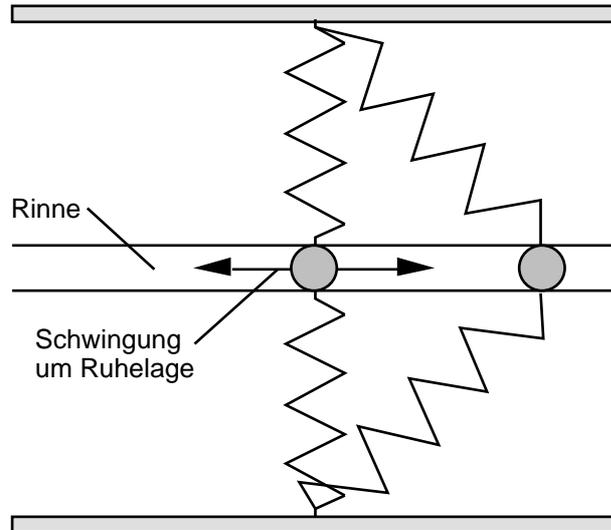
- 1.1 a) **Erdbeben** können sich in der Erdkruste sowohl durch Longitudinalwellen als auch durch Transversalwellen ausbreiten. Hingegen lässt sich beobachten, dass die Ausbreitung tief im Erdinnern stets durch Longitudinalwellen erfolgt. Was lässt sich hieraus über den Zustand der Materie im Erdinnern schliessen?
- b) Erdbeben können mit Seismometern nachgewiesen werden, die im Wesentlichen aus grossen aufgehängten Betonquadern bestehen. Die Aufhängung dieser Pendel muss mit dem Untergrund fest verbunden sein. Der Betonklotz folgt dann der Bewegung des Untergrundes mit grosser Verzögerung. Zuerst werden die Längs- und dann die Querwellen registriert. Welche Entfernung hat ein Erdbebenzentrum, wenn zwischen dem Eintreffen der beiden Störungen 8 Minuten verstreichen und für die Ausbreitungsgeschwindigkeit gilt:

$$c_{\text{long}} = 10 \text{ km/s} \quad c_{\text{trans}} = \frac{1}{\sqrt{3}} c_{\text{long}}$$

- c) Nach dem Erdbeben vom 19.9.1985, das grosse Teile von Mexico City erschütterte, konnten abwechselnd Gebiete mit grosser bzw. kleiner Zerstörung festgestellt werden. Ausserdem erlitten Gebäude, die 5 bis 15 Stockwerke hoch waren, die grössten Schäden. Wie lassen sich diese Beobachtungen erklären?
- 1.2 Eine **Hundepfeife** erzeugt einen sehr hohen, für Menschen unhörbaren Ton mit einer Frequenz von etwa 25 kHz. Wie lang ist die Pfeife, wenn sie als beidseitig offene Röhre betrachtet werden kann?
- 1.3 Gegeben ist das sogenannte **Spektrum** einer Schwingung. Die Schwingung ist aus zwei (a) bzw. drei (b) Sinusschwingungen zusammengesetzt, d.h. die Summe der beiden (a) bzw. drei (b) Sinusschwingungen ergibt die ganze Schwingung. Das Spektrum zeigt auf, wie die Amplituden der einzelnen Sinusschwingungen gewichtet sind. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der Schwingung auf.

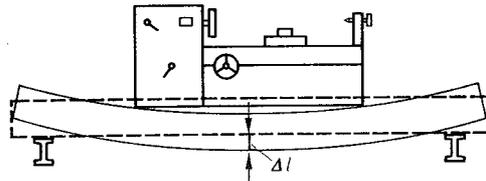


- 1.4 Eine Kugel kann sich in einer Rinne reibungsfrei horizontal hin und her bewegen und ist über zwei identische Federn mit zwei seitlichen Wänden verbunden:



Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Kugel eine harmonische Schwingung ausführt, wenn man sie aus ihrer Gleichgewichtslage auslenkt und loslässt.

- 1.5 Eine Drehmaschine, die eine Masse von 2000 kg hat, biegt das auf zwei Trägern ruhende Fundament um 0.5 mm durch:



Bestimmen Sie die Eigenfrequenz der gesamten Anordnung. Nehmen Sie dabei an, dass das Fundament eine wirksame Masse von 1500 kg besitzt.

- 1.6 Eine fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \begin{array}{cc} \mathbb{R}^2 & \mathbb{R} \\ (x,t) & y = y(x,t) \end{array}$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Auslenkung) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Auslenkung y eines Teilchens an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

Erfolgt die Anregung der Welle harmonisch, ergibt sich eine **harmonische Welle** mit der folgenden Funktionsgleichung:

$$y(x,t) = \hat{y} \sin(\omega t - kx) \quad \text{wobei: } \hat{y} := \text{Amplitude}$$

$$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{Kreisfrequenz}$$

$$k := \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Wellenzahl}$$

Gegeben seien die Amplitude \hat{y} , die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der harmonischen Welle:

$$\hat{y} = 20 \text{ cm} \quad f = 0.40 \text{ Hz} \quad c = 0.50 \text{ m/s}$$

- a) Bestimmen Sie die Auslenkung y am Ort x zum Zeitpunkt t
- i) $x = 0 \text{ cm}$ $t = 0 \text{ s}$
 - ii) $x = 40 \text{ cm}$ $t = 1.0 \text{ s}$
- b) Bestimmen Sie alle Stellen x , an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.
- i) $t = 0 \text{ s}$
 - ii) $t = 1 \text{ s}$

1.7 Von einer Orgelpfeife kennt man die Frequenzen von drei Oberschwingungen:

369 Hz 492 Hz 738 Hz

Man weiss jedoch nicht, ob die drei Oberschwingungen aufeinander folgende Oberschwingungen sind (z.B. 3./4./5. OS).

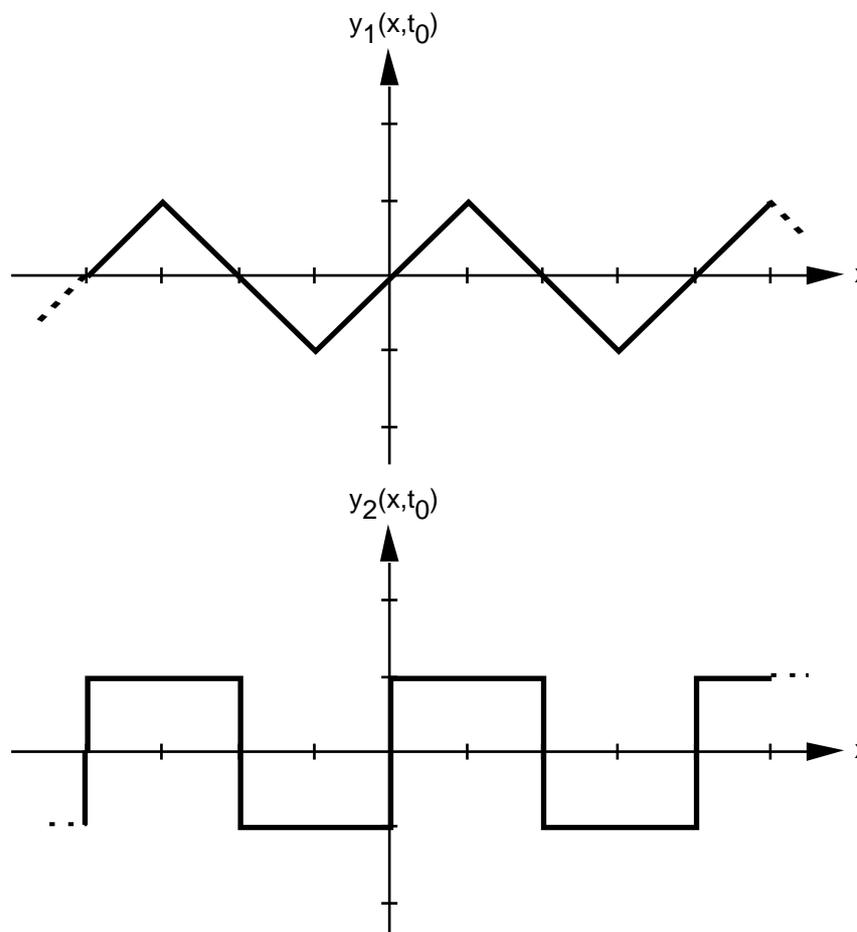
Es ist also möglich, dass es zwischen den drei gegebenen Frequenzen noch Frequenzen von weiteren Oberschwingungen hat.

Begründen Sie, dass es sich bei der Orgelpfeife nicht um eine einseitig offene Pfeife handeln kann, sondern dass sie entweder beidseits geschlossen oder beidseits offen sein muss.

1.8 Gegeben sind zwei lineare Wellen, eine Dreieckswelle $y_1(x,t)$ und eine Rechteckswelle $y_2(x,t)$.

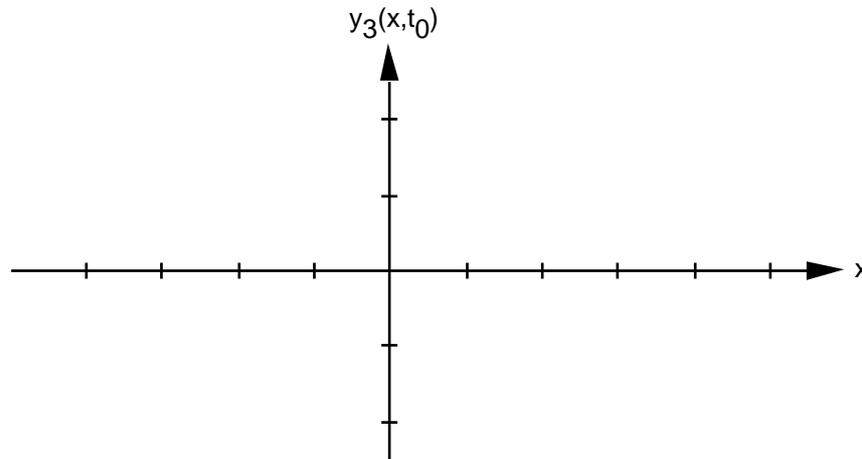
Beide haben die gleiche Wellenlänge und die gleiche Frequenz. Die Dreieckswelle breitet sich in positiver x -Richtung aus, die Rechteckswelle in negativer x -Richtung.

Die folgenden Grafiken zeigen die Momentaufnahmen der Wellen $y_1(x,t)$ und $y_2(x,t)$ zu einem bestimmten Zeitpunkt $t = t_0$:

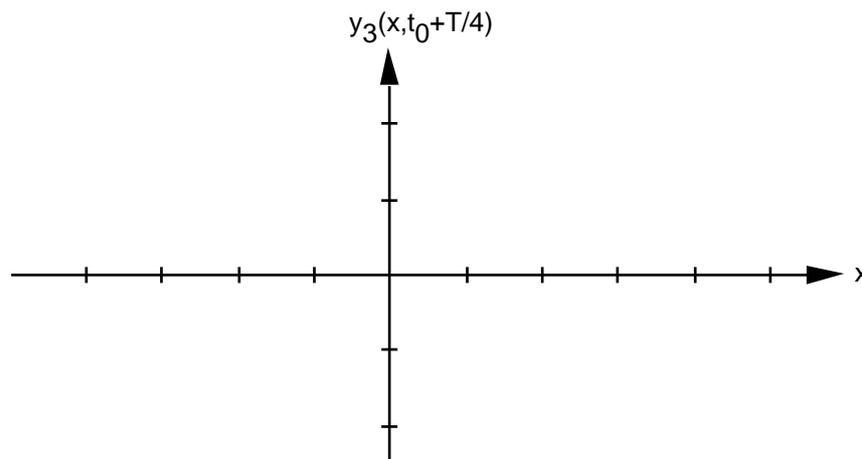


Eine dritte Welle $y_3(x,t)$ entsteht durch Überlagerung der beiden Wellen $y_1(x,t)$ und $y_2(x,t)$:
 $y_3(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

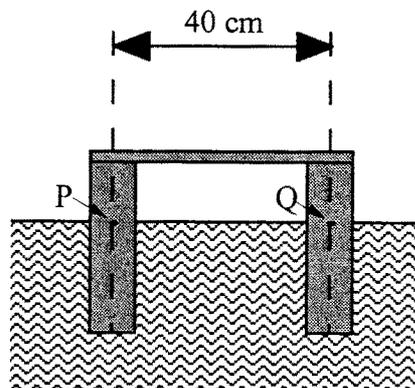
- a) Zeichnen Sie die Momentaufnahme der Welle $y_3(x,t)$ zum Zeitpunkt $t = t_0$:



- b) Zeichnen Sie, wie die Welle $y_3(x,t)$ eine Viertel-Schwingungsdauer später aussieht.
Gefragt ist also nach der Momentaufnahme der Welle $y_3(x,t)$ zum Zeitpunkt $t = t_0 + T/4$:



- 1.9 Ein Schwimmkörper der Masse 0.10 kg besteht aus zwei im Abstand von 40 cm starr verbundenen Zylindern mit Radius 1.0 cm.



Der Körper wird, ausgehend von seiner Ruhe-Eintauchtiefe, symmetrisch etwas tiefer eingetaucht. Nach dem Loslassen führt er eine annähernd harmonische Schwingung aus.

Eine Berechnung, die Sie nicht ausführen müssen, würde ergeben, dass die Schwingungsdauer 1.1 s beträgt.

Durch die Bewegung des Körpers werden an der Wasseroberfläche Kreiswellen erzeugt. Diese Wellen gehen vereinfacht betrachtet von den Punktquellen P und Q aus und breiten sich mit der Geschwindigkeit 0.30 m/s aus.

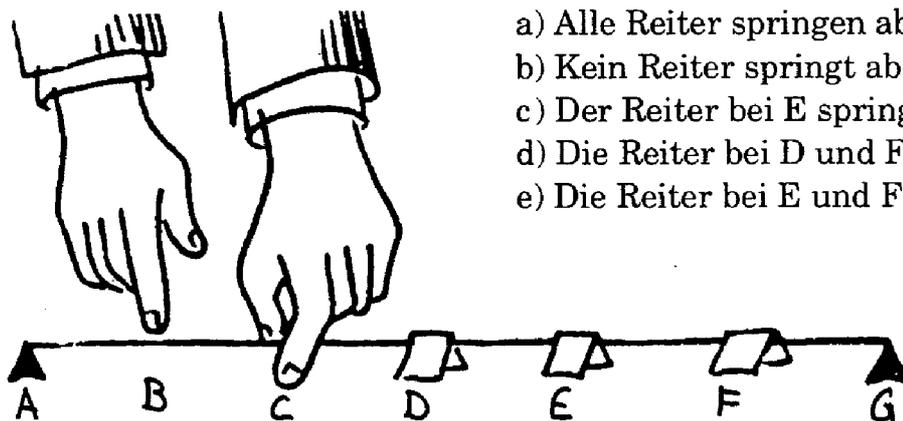
Wie viele ruhige Wasserstellen (Interferenzminima) würde man antreffen, wenn man mit einem Schiff den Schwimmkörper einmal umkreiste?

1.10 Aufgabe aus:

Epstein, L.C.: Epsteins Physikstunde. 3. Auflage, Birkhäuser, Basel 1002, ISBN 3-7643-2771-5

PLING

Eine Gitarrensaite ist zwischen die Punkte A und G gespannt. Die Saite wird mit den Punkten B, C, D, E, F in gleiche Intervalle unterteilt. An den Punkten D, E und F werden Papierreiter auf die Saite gelegt. Die Saite wird an C festgehalten und an B gezupft. Was geschieht?



- a) Alle Reiter springen ab.
- b) Kein Reiter springt ab.
- c) Der Reiter bei E springt ab.
- d) Die Reiter bei D und F springen ab.
- e) Die Reiter bei E und F springen ab.

Lösungen

- 1.1 a) nicht fest
b) $d = 6550 \text{ km}$
c) stehende Wellen

1.2 $l = 6.8 \text{ mm}$

1.3 a) $y(t) = A \left(\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) \right) = 2A \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t$
Schwebung

b) $y(t) = A_1 \left(\sin((\omega - \Delta\omega)t) + \sin((\omega + \Delta\omega)t) \right) + A_2 \sin(\omega t) = \left(A_2 + 2A_1 \cos(\Delta\omega t) \right) \sin(\omega t)$
Schwingung, deren Amplitude mit der Frequenz $\Delta\omega$ moduliert ist.

- 1.4 $F \neq y$
keine harmonische Schwingung

1.5 $f_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{m}}$ $m = \text{Masse Drehmaschine und Fundament zusammen}$

$D = \frac{m_1 \cdot g}{l}$ $m_1 = \text{Masse Drehmaschine alleine}$

 $f_0 = 17 \text{ Hz}$

- 1.6 a) i) $y(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = 0 \text{ cm}$
ii) $y(0.4 \text{ m}, 1.0 \text{ s}) = 0.096 \text{ m} = 9.6 \text{ cm}$

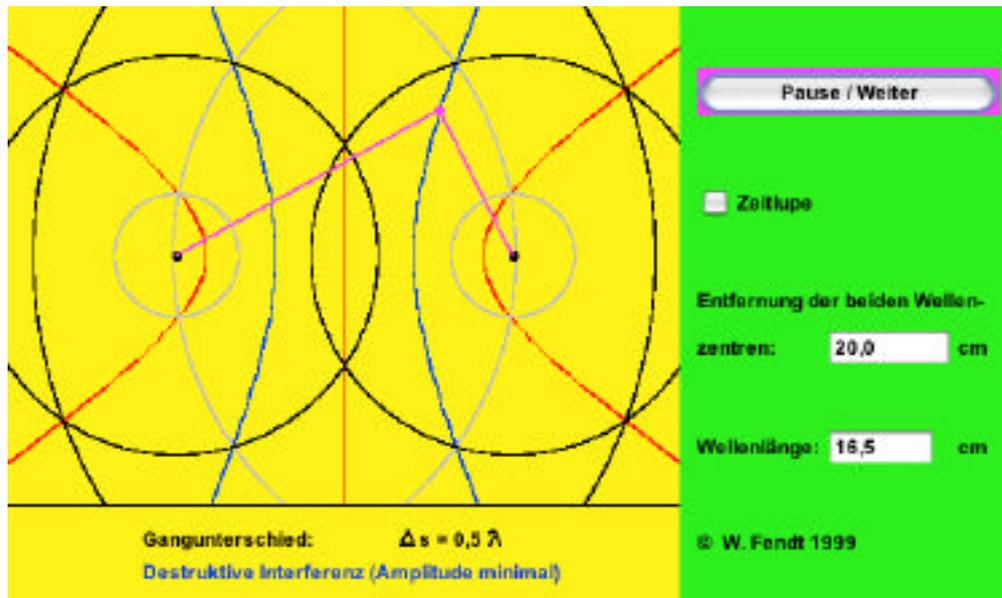
- b) i) $x = \frac{3}{4} + n \cdot \lambda \quad (n \in \mathbb{Z}) = \dots, -0.31 \text{ m}, 0.94 \text{ m}, 2.19 \text{ m}, \dots$
ii) Da die Frequenz 0.4 Hz beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 0.4 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 0.4 Wellenlängen verschoben.
 $x = \left(\frac{3}{4} + 0.4 \right) + n \cdot \lambda \quad (n \in \mathbb{Z}) = \dots, 0.19 \text{ m}, 1.44 \text{ m}, 2.69 \text{ m}, \dots$

- 1.7 Bei einem einseitig offenen Rohr ist es nicht möglich, dass eine Eigenschwingung die doppelte Frequenz hat als eine andere Eigenschwingung ($738 \text{ Hz} = 2 \cdot 369 \text{ Hz}$).

- 1.8 a) An jedem Ort x überlagern sich (Addition) die Auslenkungen der beiden Wellen y_1 und y_2 .
b) In der Zeit $T/4$ hat sich die Welle y_1 um eine x -Einheit (1 Strich = 1 Einheit) nach rechts bewegt, die Welle y_2 um eine x -Einheit nach links.
Die so verschobenen Wellen müssen an jeder Stelle x überlagert werden (analog zu a)).

- 1.9 (siehe nächste Seite)

- 1.9 4 Interferenzminima bei einem vollständigen Umgang
(siehe Grafik, Quelle: <http://www.zum.de/ma/fendt/ph14d/interferenz.htm>)



Hinweis:

Der reale Abstand der Wellenzentren beträgt zwar $d = 40$ cm und die wahre Wellenlänge beträgt $\lambda = 33$ cm. Die Lage der Interferenzmaxima und -minima ist jedoch gleich wie in der Grafik dargestellt (für $d = 20,0$ cm und $\lambda = 16,5$ cm).

- 1.10

ANTWORT: PLING Die Antwort ist: d. In diesem Fall sagt ein Bild mehr als 1000 Worte. Die Skizze zeigt, wie die Saite vibriert und welche Reiter abspringen.

