

Aufgaben 10 Statik der Fluide Auftrieb

Lernziele

- verstehen, unter welchen Bedingungen ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper schwimmt, absinkt oder auftaucht.
- die Auftriebskraft in einer Flüssigkeit oder in einem Gas bestimmen können.
- eine neue Problemstellung bearbeiten können.

Aufgaben

10.1 Auf einen Körper, der in einer Flüssigkeit eingetaucht ist, wirkt eine Auftriebskraft. Nach Archimedes ist der Betrag der Auftriebskraft gleich gross wie der Betrag der Gewichtskraft derjenigen Flüssigkeitsmenge, die durch den Körper verdrängt wird.

Ein homogener Körper mit Volumen V und Dichte ρ werde nun vollständig in eine Flüssigkeit der Dichte ρ_{F1} eingetaucht und aus der Ruhe losgelassen.

Es gibt drei Möglichkeiten, wie sich der eingetauchte Körper verhalten könnte: Er könnte in Ruhe bleiben, absinken oder auftauchen. Wie sich der Körper tatsächlich verhält, hängt von den Grössen V , ρ und ρ_{F1} ab.

Bestimmen Sie, welche gegenseitige Bedingung die Grössen V , ρ und ρ_{F1} erfüllen müssen, damit der Körper ...

- a) ... in Ruhe bleibt, d.h. weder absinkt noch auftaucht.
- b) ... absinkt.
- c) ... auftaucht.

10.2 In der Aufgabe 10.1 c) haben Sie den Fall betrachtet, dass ein Körper auftaucht, nachdem er in eine Flüssigkeit eingetaucht und dann aus der Ruhe losgelassen worden ist.

Der Körper taucht jedoch nicht vollständig auf. Ein Teil des Körpers bleibt in der Flüssigkeit eingetaucht.

- a) Erklären Sie in höchstens drei Sätzen, warum der Körper nicht vollständig auftaucht bzw. wie weit der Körper auftaucht.
- b) Welcher Anteil eines im Meer schwimmenden Eisberges ragt aus der Wasseroberfläche heraus?
- c) Welcher Anteil eines in Süsswasser schwimmenden Holzklotzes aus Eichenholz liegt unter der Wasseroberfläche?

Hinweis:

- Dichte von Süsswasser: $\rho_{\text{Wasser}} = 0.998 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Dichte von Meerwasser: $\rho_{\text{Meerwasser}} = 1.05 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Dichte von Eis: $\rho_{\text{Eis}} = 0.917 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Dichte von Eichenholz: $\rho_{\text{Eichenholz}} = 0.7 \dots 1.0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

10.3 Im Unterricht wurde das folgende Experiment vorgeführt:

Ein oben offenes und mit Wasser gefülltes Gefäss steht auf einem Tisch. An einer Federwaage hängt ein Metallkörper. Die Federwaage zeigt das Gewicht des Metallkörpers an. Wird der Metallkörper von oben ins Wasser eingetaucht, nimmt die an der Federwaage angezeigte Kraft wegen des Auftriebes ab. Sobald sich der ganze Metallkörper in der Flüssigkeit befindet, nimmt bei weiterem Absenken des Körpers die an der Federwaage angezeigte Kraft nicht mehr weiter ab.

Dieses Experiment soll nun wiederholt werden, indem jetzt aber das Gefäss auf eine Waage gestellt wird. Vor dem Eintauchen des Metallkörpers zeigt die Waage die Masse des Gefässes inkl. Wasser an.

Es stellt sich nun die Frage, ob bzw. wie sich die an der Waage angezeigte Masse beim Eintauchen des Metallkörpers verändert.

a) Entscheiden Sie gefühlsmässig, welche der drei folgenden Aussagen wahr ist:

Beim Eintauchen des Metallkörpers ins Wasser ...

- A ... bleibt die an der Waage angezeigte Masse gleich.
- B ... nimmt die an der Waage angezeigte Masse zu.
- C ... nimmt die an der Waage angezeigte Masse ab.

b) **Experiment Posten 1: Auftrieb**

- i) Prüfen Sie Ihre Antwort in a) experimentell nach (Experiment auf dem Korpus vorne im Unterrichtszimmer).
- ii) Vergleichen Sie die allfällige, an der Waage angezeigte Massendifferenz mit der an der Federwaage gemessenen Kraftdifferenz.

c) Finden Sie eine theoretische Erklärung für die Beobachtungen unter b).

10.4 Ein Boot schwimmt auf einem sehr kleinen Teich und ist nebst dem Bootsführer mit einem Stein beladen. Nun wirft der Bootsführer den Stein über Bord. Der Stein sinkt auf den Grund des Teiches ab.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob sich dabei die Höhe des Wasserspiegels des Teiches verändert hat oder nicht.

Geben Sie im Falle einer Änderung an, ob der Wasserspiegel gestiegen oder gesunken ist.

Hinweis:

- Der Teich soll als so klein betrachtet werden, dass eine allfällige Änderung der Höhe des Wasserspiegels überhaupt beobachtbar wäre.

10.5 Ein Gasballon habe die Masse m_B (leere Hülle, Aufhängung, leerer Korb) und soll eine Nutzlast der Masse m tragen.

Bestimmen Sie die dafür nötigen Werte für das Ballon-Volumen V_B und die Dichte ρ_G des Gases, mit welchem der Ballon gefüllt ist.

10.6 Bestimmen Sie die Mindestgrösse eines quaderförmigen Eisblockes in einem Süswassersee, damit er ein Auto der Masse $m_A = 1500$ kg tragen könnte.

Hinweis:

- Dichteangaben finden Sie bei der Aufgabe 10.2

10.7 Ein gerader Kreiskegel (Radius R , Höhe H , Dichte ρ) soll spitzvoran in eine Flüssigkeit (Dichte ρ_{Fl}) fallengelassen werden.

Bestimmen Sie, wie die Beschleunigung des Kegels von der Eintauchtiefe h der Kegelspitze abhängt.

Lösungen

10.1 a) $\rho = \rho_{Fl}$ b) $\rho > \rho_{Fl}$ c) $\rho < \rho_{Fl}$

10.2 a) ...

b) Anteil = $1 - \frac{\rho_{Eis}}{\rho_{Meerwasser}} \approx 0.13 = 13\% \approx \frac{1}{8}$

c) Anteil = $\frac{\rho_{Eichenholz}}{\rho_{Wasser}} \approx 0.7 \dots 1.0 = 70 \dots 100\% = \frac{7}{10} \dots \frac{10}{10}$

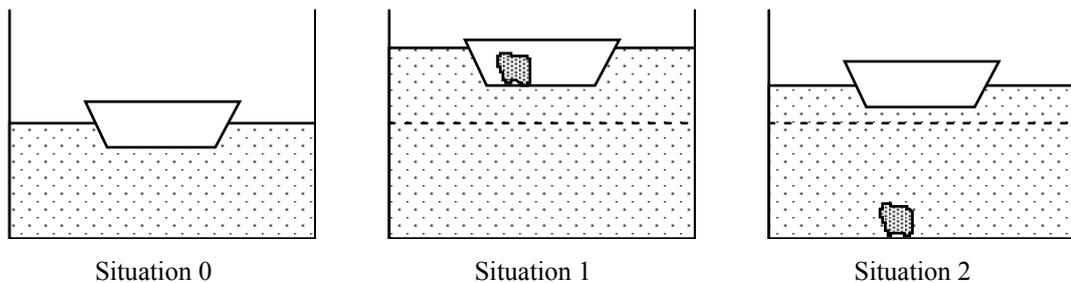
10.3 a) Aussage B

b) i) ...

ii) Die Zunahme der an der Waage angezeigten Masse entspricht der Abnahme der an der Federwaage angezeigten Kraft.

c) ...

10.4 Der Wasserspiegel ist gesunken.



Der Übergang von der Situation 1 (Stein im Boot) zur Situation 2 (Stein auf dem Grund des Teiches) kann mit Hilfe einer fiktiven Situation 0 (Boot im Teich ohne Stein) beurteilt werden:

Übergang Situation 0 → Situation 1:

Das leere Boot wird mit dem Stein beladen. Das Boot sinkt etwas weiter ins Wasser ein. Das gegenüber der Situation 0 zusätzlich verdrängte Wasser hat die gleiche Masse wie der Stein, jedoch das **grössere** Volumen, da die Dichte des Steines grösser ist als die Dichte des Wassers.

Übergang Situation 0 → Situation 2:

Der Stein wird in den Teich geworfen. Der Stein verdrängt etwas Wasser. Das durch den Stein verdrängte Wasser hat **dasselbe** Volumen wie der Stein.

Folgerung für den Übergang Situation 1 → Situation 2:

Die Wasserverdrängung nimmt ab. Daher sinkt der Wasserspiegel.

10.5 V_B und ρ_G müssen die folgende Beziehung erfüllen (ρ_L = Dichte der umgebenden Luft):

$$(\rho_L - \rho_G) V_B = m_B + m$$

10.6 $V \geq \frac{m_A}{\rho_W - \rho_E} = 18.5 \text{ m}^3$

10.7 $\dot{v} = \begin{cases} \left(1 - \frac{\rho_{Fl} h^3}{\rho H^3}\right) g & (h < H) \\ \left(1 - \frac{\rho_{Fl}}{\rho}\right) g & (h \geq H) \end{cases}$