

## Aufgaben 5                    Elektromagnetische Wellen Elektromagnetische Welle, Wellengleichung

### Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.
- die allgemeine Form einer eindimensionalen Wellenfunktion kennen und verstehen.
- die eindimensionale Wellengleichung kennen und verstehen.
- wissen und verstehen, was eine elektromagnetische Welle ist.
- den Träger einer elektromagnetischen Welle kennen.
- wissen, wie eine elektromagnetische Welle erzeugt werden kann.
- wissen, dass elektromagnetische Wellen Transversalwellen sind.
- die gegenseitige Lage des elektrischen und des magnetischen Feldstärkevektors in einer elektromagnetischen Welle kennen.
- die Richtungen des elektrischen und des magnetischen Feldstärkevektors bezüglich der Ausbreitungsrichtung einer elektromagnetischen Welle kennen.
- die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle im Vakuum kennen.
- einen Überblick über das Frequenzspektrum der elektromagnetischen Wellen haben.
- die mathematische Beschreibung einer sinusförmigen ebenen elektromagnetischen Welle kennen.

### Aufgaben

- 5.1     Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 den folgenden Abschnitt:  
- 4.7 Elektromagnetische Wellen (Seite 32)

Hinweis:

- Der in der Formel (4.5) vorkommende und in der Abb. 4.21 skizzierte magnetische Feldvektor  $\vec{H}$  unterscheidet sich im Vakuum vom Feldvektor  $\vec{B}$ , den Sie aus der Physik 2 kennen, nur durch den Faktor  $\mu_0$  (magnetische Feldkonstante):  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ .

- 5.2     Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:  
- 12.2 Periodische Wellen, harmonische Wellen (nur den Teil „Elektromagnetische Wellen“, Seiten 479 und 480)

- 5.3     Die folgende Funktion  $y$  beschreibt eine eindimensionale harmonische Welle, welche sich in die positive  $x$ -Richtung fortbewegt:

$$y(x,t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

- a)     Zeigen Sie, dass die Funktion  $y$  die folgende Form aufweist:

$$y(x,t) = f(z) = f(x - vt) \quad (z := x - vt)$$

Hinweise :

- Klammern Sie im Argument der Sinus-Funktion den Faktor  $k$  aus.
- Überlegen Sie sich, wie die Grössen  $k$ ,  $\omega$  und  $v$  zusammenhängen.

- b)     Zeigen Sie, dass die Funktion  $y$  die folgende partielle Differentialgleichung, die sogenannte Wellengleichung, erfüllt:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)$$

- 5.4     (siehe nächste Seite)

5.4 Zeigen Sie, dass jede Funktion  $y$  der Form

$$y(x,t) = f(z) = f(x - vt) \quad (z := x - vt)$$

die folgende partielle Differentialgleichung, die sogenannte Wellengleichung, erfüllt:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)$$

Hinweis:

- Beim Ableiten der Funktion  $y$  benötigt man die Kettenregel:

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(x,t) = \dots$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial t}(x,t) = \dots$$

5.5 Im Vakuum (d.h. ohne Materie in den Feldern) folgen aus den Maxwell-Gleichungen für die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  und die magnetische Feldstärke  $\vec{B}$  (auch „magnetische Flussdichte“ genannt) im eindimensionalen Fall die folgenden Wellengleichungen (ohne Herleitung, vgl. Unterricht):

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (*)$$

Überprüfen Sie, dass die folgenden Funktionen, die eine sinusförmige elektromagnetische Welle beschreiben, die Wellengleichungen (\*) erfüllen, falls  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

$$E(x,t) = \hat{E} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$B(x,t) = \hat{B} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

5.6 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Eine elektromagnetische Welle hat keinen Wellenträger.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Die Wellengleichung ist eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Bei einer elektromagnetischen Welle schwingen die elektrischen und magnetischen Feldvektoren immer senkrecht zueinander.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Ein Indiz dafür, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist, ist die Tatsache, dass sich eine elektromagnetische Welle im Vakuum mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreitet wie Licht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Eine elektromagnetische Welle der Wellenlänge 500 $\mu\text{m}$ ist eine Lichtwelle im sichtbaren Bereich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Lösungen**

5.1 ...

5.2 ...

5.3 ...

$$\begin{aligned}
 5.4 \quad \frac{\partial y}{\partial x}(x,t) &= \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot 1 = \frac{df}{dz}(z) \\
 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{df}{dz}(z) = \frac{d}{dz} \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(x,t) = \frac{d^2 f}{dz^2}(z) \cdot 1 = \frac{d^2 f}{dz^2}(z) \\
 \frac{\partial y}{\partial t}(x,t) &= \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial t}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot (-v) = -v \cdot \frac{df}{dz}(z) \\
 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) &= \frac{\partial}{\partial t} \left( -v \cdot \frac{df}{dz}(z) \right) = -v \cdot \frac{\partial}{\partial t} \frac{df}{dz}(z) = -v \cdot \frac{d}{dz} \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial t}(x,t) = -v \cdot \frac{d^2 f}{dz^2}(z) \cdot (-v) = v^2 \frac{d^2 f}{dz^2}(z) \\
 \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) &= \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5.5 \quad \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} &= -k^2 \hat{E} \sin(kx - \omega t + \varphi) \\
 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} &= -\omega^2 \hat{E} \sin(kx - \omega t + \varphi) \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

- 5.6
- a) falsch
  - b) wahr
  - c) wahr
  - d) wahr
  - e) falsch