

Aufgaben 2 Schwingungen Gedämpfte Schwingung

Lernziele

- die Analogie zwischen einer Drehschwingung und einer linearen Schwingung kennen und verstehen.
- verstehen, wie eine Schwingung gedämpft werden kann.
- verstehen, wie ein mechanischer Dämpfer funktioniert.
- verstehen, dass alle natürlich ablaufenden Schwingungen gedämpft sind.
- wissen, wie die Stärke der Dämpfung die Bewegung eines Schwingers beeinflusst.
- die bei einer mechanischen, gedämpften Schwingung auftretenden Impuls- und Energieflüsse verstehen.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

Aufgaben

2.1 Vorgängiges Selbststudium

- a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 1.7 Drehschwingungen: Hin- und herfliessender Drehimpuls (Seite 10, ohne Aufgaben)
 - 1.9 Die Dämpfung von Schwingungen (Seite 12)

Hinweis zum Abschnitt 1.7:

- Im zweiten Satz nach der Abb. 1.22 („Allerdings treten darin Grössen auf, die ...“) sind mit den „Grössen“ das Trägheitsmoment des Schwingkörpers und die Federkonstante (Direktionsmoment) der Feder gemeint.

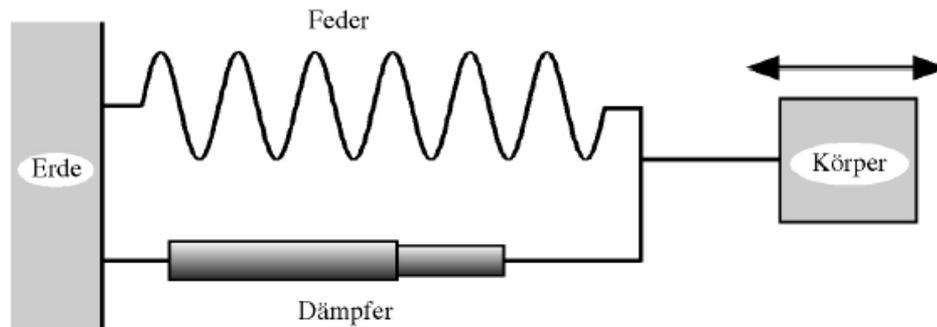
- b) Führen Sie in Moodle den [Test 2.1](#) durch.

2.2 Studieren Sie das folgende **YouTube-Video**:

- [Gedämpfte Schwingung - Drehpendel](#) (1:29)

2.3 (siehe nächste Seite)

- 2.3 In dieser Aufgabe sollen Sie die Dynamik des gedämpften Federschwingers untersuchen.
 Betrachten Sie also den folgenden gedämpften Federschwinger (Lehrbuch KPK 3, Abb. 1.29, Seite 12):



Das Koordinatensystem soll wie folgt festgelegt werden:

- Die Schwingung soll in x-Richtung erfolgen.
- Die positive x-Richtung soll nach rechts zeigen.
- Die Ruhelage soll bei $x = 0$ liegen.

Am Schwingkörper greifen zwei Kräfte an, die Federkraft \vec{F}_F (Kraft, die die Feder ausübt) und die Dämpfungskraft \vec{F}_D (Kraft, die der Dämpfer ausübt).

- a) Skizzieren Sie den Federschwinger, und zeichnen Sie die beiden Kräfte \vec{F}_F und \vec{F}_D ein. Berücksichtigen Sie dabei alle möglichen Fälle für die Richtungen der beiden Kräfte.
- b) Formulieren Sie für den Schwingkörper die skalare x-Komponente des (aus der Mechanik bekannten) Aktionsprinzips.

Die drei Größen in der in b) formulierten Gleichung hängen vom Ort x , der Geschwindigkeit v und der Beschleunigung a des Schwingkörpers ab. x , v und a sind dabei die skalaren x-Komponenten des Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektors.

- c) Geben Sie an, wie die drei Größen von x , v und a abhängen, und setzen Sie die Ausdrücke in das Ergebnis von b) ein.
- d) Setzen Sie in die Gleichung, die Sie in c) formuliert haben, die folgenden Beziehungen für die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a ein:

$$v = \dot{x}$$

$$a = \dot{v} = \ddot{x}$$

Sie erhalten dann eine sogenannte Differentialgleichung für die unbekannte Funktion

$$x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto x = x(t)$$

- e) Überprüfen Sie, dass die Funktion mit der folgenden Funktionsgleichung die in d) hergeleitete Differentialgleichung löst (vgl. Unterricht):

$$x(t) = \hat{x} e^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \varphi)$$

wobei: $\delta := \frac{k}{2m}$

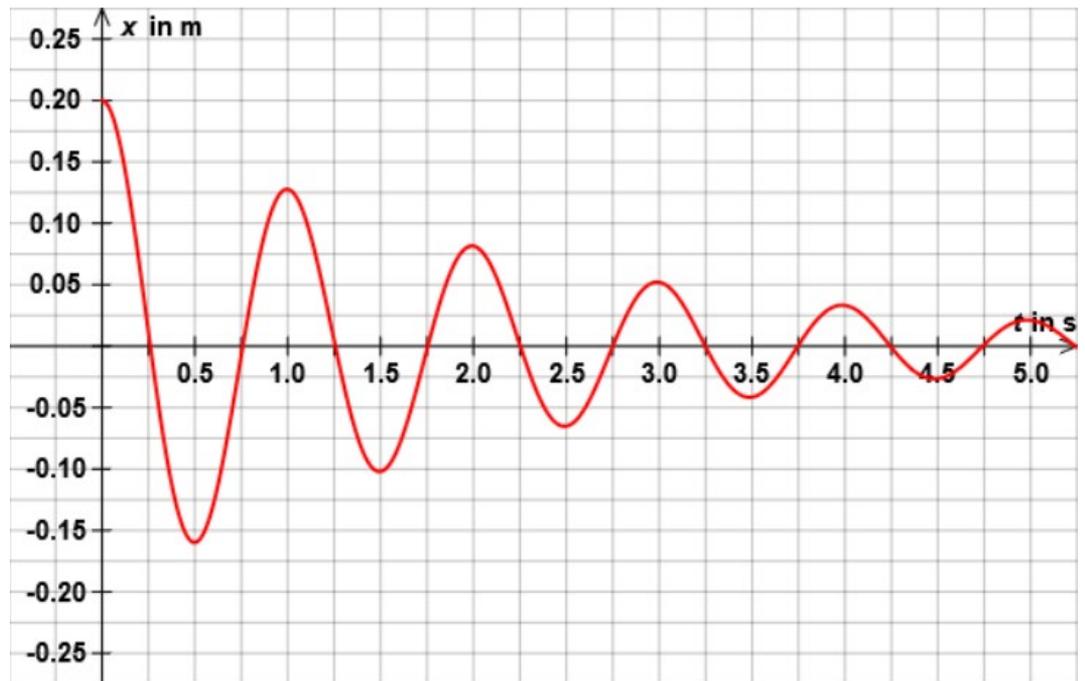
$$\omega_0 := \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$\omega_d := \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (\delta < \omega_0, \text{ schwache Dämpfung})$$

Hinweise:

- Setzen Sie die Funktionsterme der Funktion x und deren ersten und zweiten Ableitung, d.h. $x(t) = \dots$, $\dot{x}(t) = \dots$ und $\ddot{x}(t) = \dots$ in die Differentialgleichung ein.
- Führen Sie in der so erhaltenen Gleichung einen Koeffizientenvergleich durch: Die Koeffizienten (Vorfaktoren) der auftretenden Ausdrücke $e^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \varphi)$ und $e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \varphi)$ bzw. $\sin(\omega_d t + \varphi)$ und $\cos(\omega_d t + \varphi)$ (nach Division mit $e^{-\delta t}$) müssen auf beiden Seiten der Gleichung je gleich sein.

- 2.4 Der Graf der Funktion $x = x(t)$ aus der Aufgabe 2.3 e) sieht für bestimmte Zahlenwerte der Grössen m , D , k , \hat{x} und φ für $t \geq 0$ s wie folgt aus:



- a) Bestimmen Sie aus dem Grafen die konkreten Zahlenwerte für die Periode T_d und die Kreisfrequenz ω_d .
- b) Bestimmen Sie aus dem Grafen die Zeitpunkte/Zeitintervalle, zu/in welchen ...
- ... in der Feder keine Energie gespeichert ist.
 - ... im Dämpfer keine Energie dissipiert wird.
 - ... im Schwingkörper kein Impuls gespeichert ist.
 - ... Impuls von der Feder in den Schwingkörper fliesst.
 - ... Impuls vom Schwingkörper in den Dämpfer fliesst.
 - ... Impuls von der Feder in die Erde fliesst.
 - ... Energie von der Feder in die Erde fliesst.
 - ... Energie in den Dämpfer fliesst.