

Übung 8 Hydraulik Bilanzgesetz

Lernziele

- die Bilanzgesetze für Ströme und ausgetauschte Mengen verstehen.
- die Bilanzgesetze in konkreten Problemstellungen anwenden können.

Aufgaben

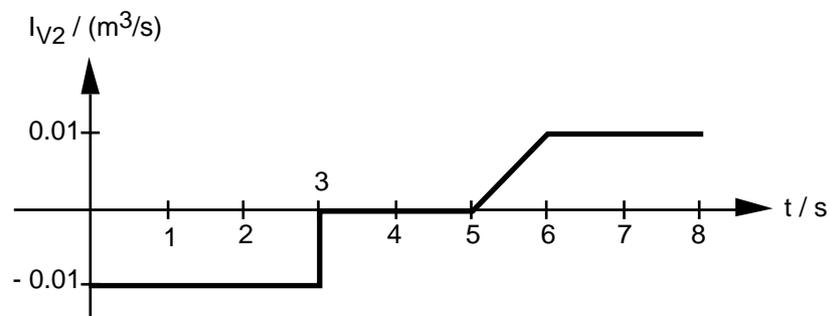
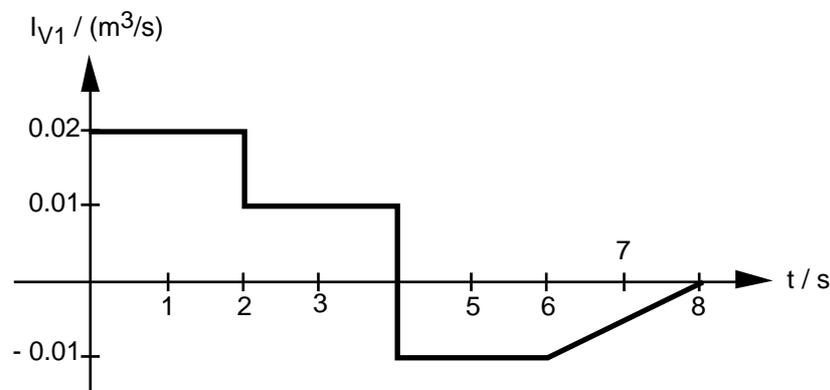
1. Bearbeiten Sie im Physik-Buch auf der Seite 30 die Kontrollfragen 8 und 9.

2. Ein oben offener Behälter hat zwei Zuflüsse und zwei Abflüsse.
Am Anfang hat es 0.8 m^3 Wasser im Behälter, und die Volumenstromstärken der Zu- und Abflüsse sind

Zuflüsse
 $I_{V1} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ $I_{V2} = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}$

Abflüsse
 $I_{V3} = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ $I_{V4} = -0.02 \text{ m}^3/\text{s}$

- a) Bestimmen Sie, wieviel Wasser sich nach einer Minute im Behälter befinden.
 - b) Nach welcher Zeit wäre der Behälter leer, wenn man nach 20 Sekunden den Zufluss 2 unterbrechen würde?
-
3. Gegeben sind die Volumenströme von zwei Zuleitungen eines Brunnens:

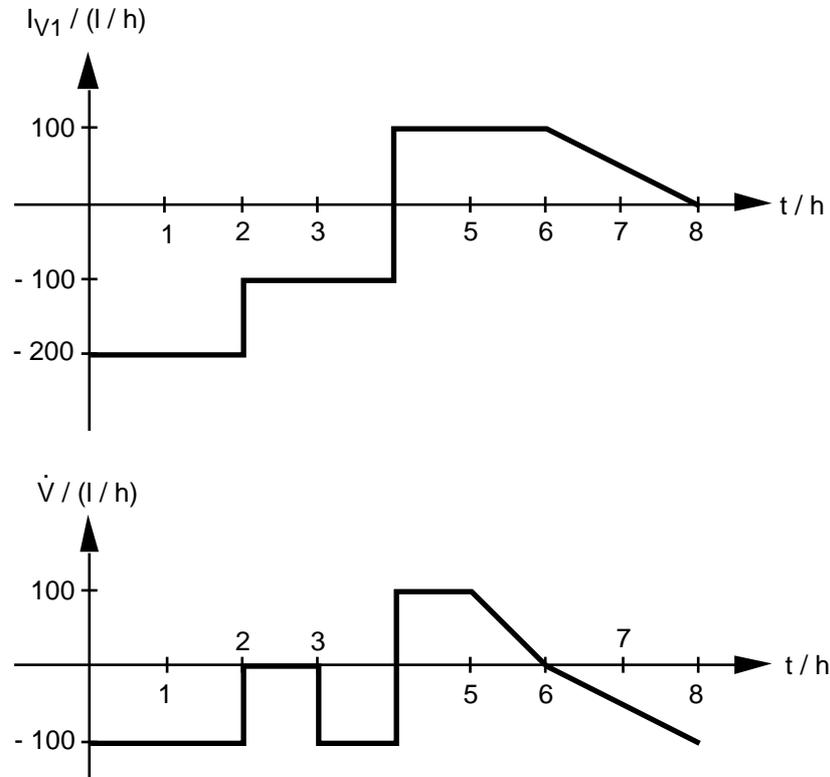


Zum Zeitpunkt $t = 3 \text{ s}$ befinden sich 0.5 m^3 Wasser im Brunnen.

- a) Zeichnen Sie in einem Diagramm den zeitlichen Verlauf der Volumenänderungsrate \dot{V} .
- b) Bestimmen Sie, wie gross das Wasservolumen im Brunnen
 - i) am Anfang ($t = 0 \text{ s}$) war.
 - ii) am Schluss ($t = 8 \text{ s}$) ist.

4. Aufgabenbuch: 1.90

5. Ein Brunnen hat zwei Zuleitungen. Der Volumenstrom der einen Zuleitung und die Änderungsrate des Wasservolumens im Brunnen sind wie folgt gegeben:



Im Zeitintervall $[2 h, 6 h]$ regnet es, so dass in dieser Zeit zusätzliche 20 l Wasser in den Brunnen gelangen.

Bestimmen Sie das Volumen V_{a2} , welches im Zeitintervall $[0 h, 8 h]$ durch die zweite Zuleitung zugeflossen ist.

6. Aufgabenbuch: 1.93

7. Sie haben nun gelernt, wie man Volumenströme und ausgetauschte Volumina bilanzieren kann.

Überlegen Sie sich, welche anderen, Ihnen bekannte Ströme und ausgetauschte Mengen bilanziert werden können.

Nennen Sie die Ströme und ausgetauschten Mengen, und formulieren Sie die entsprechenden Bilanzgesetze.

Lösungen

1. siehe Physik-Buch Seite 162

2. a) Bilanzgesetz

$$\dot{V} = I_{V1} + I_{V2} - I_{V3} - I_{V4} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s} + 0.04 \text{ m}^3/\text{s} - 0.05 \text{ m}^3/\text{s} - (-0.02 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \dot{V} \cdot t = 0.03 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 60 \text{ s} = 1.8 \text{ m}^3$$

$$V(60 \text{ s}) = V(0 \text{ s}) + V = 0.8 \text{ m}^3 + 1.8 \text{ m}^3 = 2.6 \text{ m}^3$$

b) Zeitintervall [0 s , 20 s]

$$\dot{V} = 0.03 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (aus a)}$$

$$V = \dot{V} \cdot t_1 = 0.03 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 20 \text{ s} = 0.6 \text{ m}^3$$

$$V(20\text{s}) = V(0\text{s}) + V = 0.8 \text{ m}^3 + 0.6 \text{ m}^3 = 1.4 \text{ m}^3$$

Zeitintervall [20 s , ... s]

$$V = -1.4 \text{ m}^3$$

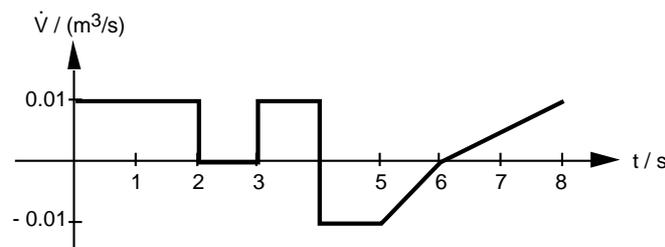
$$\dot{V} = I_{V1} - I_{V3} - I_{V4} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s} - 0.05 \text{ m}^3/\text{s} - (-0.02 \text{ m}^3/\text{s}) = -0.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \dot{V} \cdot t_2 \quad | : \dot{V} \quad 0$$

$$t_2 = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{-1.4 \text{ m}^3}{-0.01 \text{ m}^3/\text{s}} = 140 \text{ s}$$

Der Behälter wäre nach $t_1 + t_2 = 20 \text{ s} + 140 \text{ s} = 160 \text{ s}$ leer.

3. a) Bilanzgesetz $\dot{V} = I_{V1} + I_{V2}$



b) i) $V(0 \text{ s}) = V(3 \text{ s}) - V_{03}$
 $= 0.5 \text{ m}^3 - (0.01 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 2 \text{ s} + 0 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1 \text{ s}) = 0.48 \text{ m}^3$

ii) $V(8 \text{ s}) = V(3 \text{ s}) + V_{38}$
 $= 0.5 \text{ m}^3 + 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1 \text{ s} + (-0.01 \text{ m}^3/\text{s}) \cdot 1 \text{ s}$
 $+ \frac{1}{2} \cdot (-0.01 \text{ m}^3/\text{s}) \cdot 1 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 2 \text{ s} = 0.505 \text{ m}^3$

4. siehe Aufgabenbuch

5. Bilanzgesetz

$$V = V_{a1} + V_{a2} + V_{a,\text{Regen}}$$

$$V_{a2} = V - V_{a1} - V_{a,\text{Regen}}$$

$$V = V_{02} + V_{23} + V_{34} + V_{45} + V_{56} + V_{68} = -200 \text{ l} + 0 \text{ l} - 100 \text{ l} + 100 \text{ l} + 50 \text{ l} - 100 \text{ l} = -250 \text{ l}$$

$$V_{a1} = \dots = -400 \text{ l} - 200 \text{ l} + 200 \text{ l} + 100 \text{ l} = -300 \text{ l}$$

$$V_{a,\text{Regen}} = 20 \text{ l}$$

$$V_{a2} = -250 \text{ l} - (-300 \text{ l}) - 20 \text{ l} = 30 \text{ l}$$

6. siehe Aufgabenbuch

7. Massenstrom I_m , ausgetauschte Masse m_a

$$\text{Bilanzgesetz: } I_{m1} + I_{m2} + I_{m3} + \dots = \dot{m}$$

$$m_{a1} + m_{a2} + m_{a3} + \dots = m$$

Energiestrom I_W , ausgetauschte Energiemenge W_a

$$\text{Bilanzgesetz: } I_{W1} + I_{W2} + I_{W3} + \dots = \dot{W}$$

$$W_{a1} + W_{a2} + W_{a3} + \dots = W$$