

## Aufgaben 5      Rotations-Mechanik Trägheitsmoment, Rotationsenergie, Drehimpulsbilanz

### Lernziele

- das Trägheitsmoment eines einfacheren Körpers bestimmen können.
- wissen, dass sich die totale kinetische Energie eines starren Körpers aus der Translations- und der Rotationsenergie zusammensetzt.
- die Translations- und die Rotationsenergie eines einfacheren Körpers bestimmen können.
- das Drehimpulsbilanzgesetz anwenden können.
- mit dem Computerprogramm VENSIM ein einfaches systemdynamisches Modell erstellen und abändern können.
- mit dem Computerprogramm VENSIM einfache Simulationen und Parameterstudien ausführen können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren können.

### Aufgaben

5.1 (Metzler: 73/1)

Beurteilen Sie, ob das Trägheitsmoment einer Eiskunstläuferin, die eine Pirouette dreht, grösser oder kleiner ist als  $20 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

5.2 (Metzler: 73/2)

An den vier Ecken eines Rechtecks mit den Seitenlängen von 30 cm und 40 cm befinden sich Kugeln mit der Masse von je 200 g.

Bestimmen Sie das Gesamtträgheitsmoment um eine Achse durch den Mittelpunkt des Rechtecks senkrecht zur Rechteckebene.

Hinweis:

Da der Durchmesser einer Kugel im Vergleich zu den Seitenlängen des Rechtecks als klein angesehen werden kann, kann man die Kugeln als Massenpunkte betrachten.

5.3 Ein Voll- und ein Hohlzylinder mit derselben Masse  $m$  und demselben Radius  $r$  rollen mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  auf einer horizontalen Ebene.

- Drücken Sie für beide Zylinder die Translationsenergie  $W_{\text{transl}}$ , die Rotationsenergie  $W_{\text{rot}}$  und die gesamte kinetische Energie  $W_{\text{kin}}$  durch  $m$  und  $v$  aus.
- Bestimmen Sie für beide Zylinder die Anteile von  $W_{\text{transl}}$  und  $W_{\text{rot}}$  an der gesamten kinetischen Energie  $W_{\text{kin}}$ .

5.4 Ein Voll- und ein Hohlzylinder mit derselben Masse und demselben Radius rollen aus der Ruhe und aus derselben Höhe eine schiefe Ebene hinunter. Man beobachtet, dass der Vollzylinder als erster den Fuss der schiefen Ebene erreicht (vgl. Experiment im Unterricht).

Finden Sie aus den Ergebnissen der Aufgabe 5.3 eine Erklärung dafür, warum der Vollzylinder vor dem Hohlzylinder unten ankommt.

### 5.5 Experiment Posten 1: Drehstuhl

- Nehmen Sie je ein Gewichtsstück in Ihre Hände, und setzen Sie sich auf den Drehstuhl.
- Versetzen Sie sich bei gebeugten Armen in Rotation.
- Strecken Sie nun Ihre Arme langsam aus, und beugen Sie sie anschliessend wieder langsam.
- Wiederholen Sie das Strecken und Beugen einige Male.

- Was machen Sie für eine Beobachtung?
- Geben Sie eine schlüssige physikalische Erklärung für Ihre Beobachtung an.

### 5.6 Experiment Posten 2: Rad

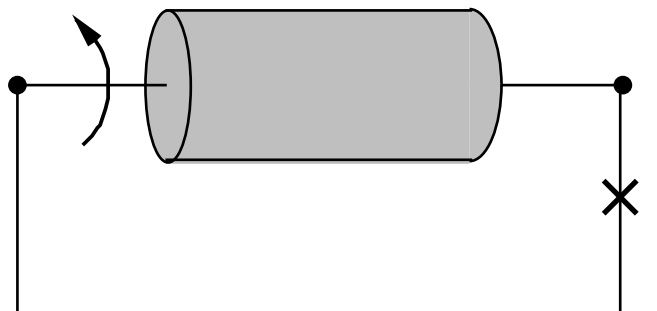
- Halten Sie das Rad so, dass die Achse vorwärts in horizontaler Richtung von ihrem Körper wegzeigt.
- Versetzen Sie nun das Rad in Drehung, so dass es sich von ihnen aus gesehen im **Uhrzeigersinn** dreht.

- Gehen Sie nun mit dem rotierenden Rad in ihren Händen einige Schritte geradeaus, und machen Sie dann eine **Rechtskurve**. Wie verhält sich das Rad während der Rechtskurve?
- Was für ein Verhalten zeigt das Rad bei gleichem Drehsinn in einer **Linkskurve**?
- Was für ein Verhalten zeigt das Rad bei einer Drehung im **Gegenuhrzeigersinn** in einer Rechts- bzw. Linkskurve?
- Finden Sie schlüssige physikalische Erklärungen für die Phänomene, die Sie unter a) bis c) beobachtet haben.

Hinweise:

- Betrachten Sie die Drehimpulsänderung  $\Delta L$  des Rades während einer kurzen Zeitspanne  $\Delta t$  zu Beginn der Richtungsänderung (Rechts-/Linkskurve).
- Der neue Drehimpuls  $L_{\text{neu}}$  des Rades ist gegeben durch  $L_{\text{neu}} = L_{\text{alt}} + \Delta L$
- Bei konstanter Drehimpulsänderungsrate  $\dot{L}$  ist die Drehimpulsänderung  $\Delta L$  gegeben durch  $\Delta L = \dot{L} \cdot \Delta t$
- Betrachten Sie das Drehimpulsbilanzgesetz. Es drückt den Zusammenhang von  $\dot{L}$  mit den am Rad angreifenden Drehmomenten aus.

- 5.7 Eine Walze (z.B. eine Papierrolle in einer Druckerei) dreht sich mit der gezeichneten Drehrichtung um eine Achse, die ihrerseits auf zwei Stützen gelagert ist:

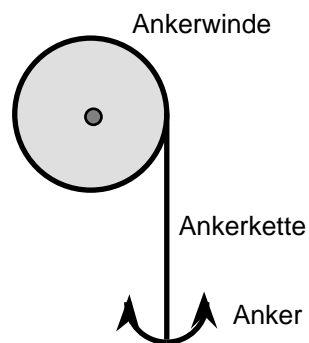


Plötzlich knickt die rechte Stütze ein.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, wie sich die Walze unmittelbar nach dem Einknicken der Stütze bewegt.

- 5.8 (siehe Seite 3)

- 5.8 Modellieren und simulieren Sie mit VENSIM das Abwickeln einer Ankerkette von einer zylinderförmigen Winde:



Vorgaben:

- Die zentrale mengenartige Größe des Modells soll der in der Ankerwinde (inkl. aufgewickeltem Teil der Kette) gespeicherte Drehimpuls sein.
- Das Abwickeln der Ankerkette soll lediglich durch den Einfluss des Gewichts von Anker und abgewickeltem Teil der Ankerkette und einer Rollreibung in der Winde erfolgen.
- Die Kettenwindungen sollen auf der Winde nebeneinander liegen, d.h. der Abstand von der Drehachse soll für den ganzen aufgewickelten Teil der Kette gleich sein.

**Lösungen**

5.1  $J < 20 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

5.2  $J = 0.05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

5.3

	$W_{\text{transl}}$	$W_{\text{rot}}$	$W_{\text{kin}}$	$W_{\text{transl}} / W_{\text{kin}}$	$W_{\text{rot}} / W_{\text{kin}}$
Vollzylinder	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{4} mv^2$	$\frac{3}{4} mv^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Hohlzylinder	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{2} mv^2$	$mv^2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

5.4 ...

- 5.5 a) Die Winkelgeschwindigkeit ist bei gebeugten Armen grösser als bei gestreckten Armen.  
 b) Da zwischen der Umgebung (Boden, Luft) und dem Gesamtkörper (Drehstuhl, Mensch, Gewichtsstücke) kein Drehimpuls fliesst, bleibt der im Gesamtkörper gespeicherte Drehimpuls konstant (Drehimpulsbilanz).

Das Strecken (bzw. Beugen) der Arme vergrössert (bzw. verkleinert) das Trägheitsmoment  $J$  des Gesamtkörpers. Aus  $L = J \cdot \omega$  folgt, dass sich bei konstantem Drehimpuls  $L$  die Winkelgeschwindigkeit verkleinern (bzw. vergrössern) muss.

- 5.6 a) Das Rad wird nach unten gezogen.  
 b) Das Rad wird nach oben gezogen.  
 c) Rechtskurve: Das Rad wird nach oben gezogen.  
 Linkskurve: Das Rad wird nach unten gezogen.  
 d)  $L$  zeigt in die gleiche Richtung wie das durch die Richtungsänderung zusätzlich angreifende Drehmoment  $M$ .

5.7 Die rechte Seite der Walze bewegt sich nach vorne.

5.8 Ein VENSIM-Muster-File "Abwickeln einer Ankerkette (anker.mdl)" finden Sie im Internet unter:  
<http://www.thomasborer.ch> Physik Dokumente/Links